

*Abschlussbericht zu*  
*AG TURBO 1, Turbotech 2, Vorhaben 1.111*

**Formoptimierung von Verdichter- und  
Turbinenschaufeln**

Dr. Wolfgang Egartner  
(IWR, Universität Heidelberg)

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>3</b>
1.1	Ziele . . . . .	3
1.2	Arbeitsprogramm . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Mathematische Problemformulierung</b>	<b>5</b>
2.1	Darstellung des Optimierungsproblems . . . . .	5
2.2	PRSQP Verfahren . . . . .	6
2.3	Reduziertes QP für den Q3D-Betriebsbereich . . . . .	9
2.4	Algorithmus-Skizze . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Profile und Geometriebedingungen</b>	<b>13</b>
3.1	Koordinatensysteme . . . . .	13
3.2	Parameterisierung . . . . .	15
3.3	Geometriebedingungen . . . . .	17
3.3.1	Krümmung . . . . .	17
3.3.2	Hinterkantendicke . . . . .	18
3.3.3	Fläche . . . . .	18
3.3.4	Abströmwinkel . . . . .	19
3.3.5	Versetzung zwischen Hinterkanten-Endpunkten . . . . .	19
3.3.6	Vorderkantendicke . . . . .	20
3.3.7	Länge . . . . .	20
3.3.8	Einbaubreite und $m'$ -Position . . . . .	22
3.3.9	Staffelungswinkel . . . . .	22
3.3.10	Metallwinkel . . . . .	22
3.3.11	Öffnungswinkel . . . . .	23
3.3.12	Straken . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Implementierung</b>	<b>24</b>
4.1	Modularität . . . . .	24
4.2	An ISES durchgeführte Änderungen . . . . .	24
4.3	Visualisierung . . . . .	26
4.4	Plattformen . . . . .	26
<b>5</b>	<b>Beispiele</b>	<b>27</b>
5.1	Rolle der Nebenbedingungen . . . . .	27
5.2	Betriebsbereich contra Betriebspunkt . . . . .	28
5.3	Rechenzeiten . . . . .	30
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>31</b>

# 1 Aufgabenstellung

## 1.1 Ziele

Ziel des Vorhabens war die Entwicklung und Implementierung eines Simultanoptimierungsverfahrens zur quasi-3D-Formoptimierung von Turbinen- und Verdichterschaufeln auf Basis von S1-Stromflächenschnitten, welches den praktischen Anforderungen des Schaufelentwurfs Rechnung trägt.

Folgende Erweiterungen des in der HTGT-TURBOTECH Interimsphase (Vorhaben 1.110) entwickelten Prototyps (mit Strömungsrechenprogramm gekoppelter PRSQP-Löser) sollten vorgenommen werden:

- Ankoppelung eines Grenzschichtmodells.
- Formulierung und Implementierung praktisch relevanter Zielfunktionale (z. B. Totaldruckverlust) und Geometriebedingungen (Ungleichungsbedingungen aufgrund von Anforderungen bzgl. Aerodynamik, Festigkeit und Fertigung).
- Erweiterung der Optimierung auf den gesamten Betriebsbereich der Schaufel (ein sogenanntes „multiple-setpoint“ Problem).
- Erweiterung der Optimierung auf eine aus einzelnen S1-Schnitten aufgefädelt 3D-Schaufel (ebenfalls ein multiple-setpoint Problem). Implementierung eines Kriteriums für eine „strakende“ Schaufel.

## 1.2 Arbeitsprogramm

Aus dem Beschluss, die Grenzschichtankopplung nach Möglichkeit mittels Umstieg auf das Rechenprogramm MISES durchzuführen, da dieses in der Praxis bevorzugt eingesetzt wird, resultierte schließlich folgendes Arbeitsprogramm:

1. Analyse des Strömungsprogrammpaketes MISES in Hinblick auf das zu integrierende Simultanoptimierungsverfahren und auf die Frage, inwieweit die Struktur der verwendeten Diskretisierung möglichst effizient genutzt werden kann, eventuell in Hinblick auf eine adaptive Genauigkeitssteuerung.
2. Entwurf eines Algorithmus, in den das Strömungsprogramm über eine einzige Schnittstelle integriert werden kann.
3. Entwicklung und Implementierung eines Verfahrens, das speziellen Eigenschaften von MISES Rechnung trägt:

- Entwicklung von Nebenbedingungen, die von MISES nicht behandelbare Schaufelgeometrien ausschließen,
  - Benutzer-definierte Schnittstelle für Schrittweitensteuerung und Projektionsschritt-Verhalten,
  - Maßnahmen für den Umgang mit MISES-Programmabbrüchen.
4. Mathematische und numerische Formulierung praktisch relevanter Zielfunktionale und Geometriebedingungen für S1-Stromflächen. Implementierung dieser Routinen.
  5. Bereitstellung einer Möglichkeit zur grafischen Visualisierung, um aus den Tests möglichst zielgenau Verbesserungspotentiale für das Laufzeitverhalten der Optimierung erkennen zu können.
  6. Erweiterung des Algorithmus auf das sogenannte „multiple-setpoint“-Optimierungsproblem der Betriebsbereichs-Optimierung (working range validation).
  7. Kopplung mehrerer Q3D-S1-Stromflächenoptimierungen im Rahmen des Optimierungsalgorithmus. Dabei handelt es sich um ein weiteres „multiple-setpoint“-Problem.
  8. Nach Möglichkeit Implementierung eines im Vorhaben 1.113 zu formalisierenden Begriffes der „strakenden“ Schaufel.
  9. Durchführung von Testläufen anhand praktischer Beispiele nach jedem Implementierungsschritt anhand von Turbinen *und* Verdichtern und sofortige Umsetzung daraus zu erkennender, spezifischer Anforderungen in der Weiterentwicklung des Programms.

Diese Arbeiten bauten auf dem technisch-wissenschaftlichen Stand des Vorgängerprojektes auf. Sie wurden in Zusammenarbeit mit den Industriepartnern ABB Kraftwerke AG und MTU München durchgeführt, insbesondere im Rahmen des Teilvorhabens 1.113 (Auslegung von Verdichter- und Turbinenschaufeln mit Verfahren zur Formoptimierung).

## 2 Mathematische Problemformulierung

### 2.1 Darstellung des Optimierungsproblems

Das in diesem Projekt entwickelte Simultanoptimierungspaket `OptiMISES` dient der Q3D-Formoptimierung (auf Basis von in radialer Richtung aufgefädelten S1-Stromflächenschnitten) von Verdichter- und Turbinenschaufeln für deren gesamten Betriebsbereich.

Es stellt sowohl Geometriebedingungen (Ungleichungs-Bedingungen an Einbaubreite, Metallwinkel, Fläche, Krümmung, Vorder- und Hinterkantendicken, Quasi-Abströmwinkelheuristiken etc.) für die einzelnen S1-Schnitte bereit als auch solche, die für die gesamte 3D-Schaufel gelten.

Minimiert wird also eine Zielfunktion  $f$  (derzeit sind lediglich Totaldruckverluste implementiert, aber auch Wirkungsgrad oder Anpassung an eine vorgegebene Wanddruckverteilung können leicht nachimplementiert werden) unter Einhaltung von Geometriebedingungen  $\mathbf{g}$  für einzelne S1-Stromflächen (motiviert etwa aus aerodynamischen, fertigungs- oder wärmetechnischen Gesichtspunkten) und 3D-Geometriebedingungen  $\mathbf{h}$  (z. B. eine „Straken-Bedingung“):

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{x}_{1,\dots,M}; 1\dots N_j, \mathbf{p}_{1,\dots,M}} \\
 & \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N_j} w_j \omega_{ij} f(\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{p}_j), \quad f_{ij} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \\
 \text{s. t.} \quad & \mathbf{c}_{ij}(\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{p}_j) := \mathbf{c}(\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{p}_j, q_{ij}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{c}_{ij} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m_c} \quad \forall i, j, \\
 & \mathbf{g}_j(\mathbf{p}_j) \leq \mathbf{0}, \quad \mathbf{g}_j : \mathbb{R}^{m_p} \rightarrow \mathbb{R}^{m_{g_j}} \quad \forall j, \\
 & \mathbf{h}(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_M) \leq \mathbf{0}, \quad \mathbf{h} : \mathbb{R}^{M m_p} \rightarrow \mathbb{R}^{m_h}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Dabei sind die Gleichungen  $\mathbf{c}_{ij} = \mathbf{0}$  die *diskretisierten* Strömungsgleichungen, wie sie in `MISES` für einen festgelegten Betriebspunkt  $q_{ij}$  (z. B. Anströmwinkel oder Anström-Machzahl) und ein festgelegtes Stromflächenprofil  $\mathbf{p}_j$  gelöst werden.

Jede dieser Gleichungen besteht aus einem System, welches die quasi-3D

Eulergleichungen

$$\begin{aligned} \int_{\partial A} \rho (\mathbf{v}^\top \mathbf{n}) ds &= 0, \\ \int_{\partial A} (\rho (\mathbf{v}^\top \mathbf{n}) \mathbf{v} + p \mathbf{n}) ds &= - \int_A \rho \mathbf{f} dV, \\ \int_{\partial A} \rho R (\mathbf{v}^\top \mathbf{n}) ds &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2)$$

mittels Stromlinien-Krümmungs-Diskretisierung über die Verschiebungsdicke direkt mit den integralen Q3D-Grenzschichtgleichungen

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{ds} &= \mathcal{F}_1(\theta, \delta^*, u_e), \\ \frac{dH^*(\theta, \delta^*, u_e)}{ds} &= \mathcal{F}_2(\theta, \delta^*, u_e, C_\tau), \\ \frac{dC_\tau}{ds} &= \mathcal{F}_3(\theta, \delta^*, u_e, C_\tau) \end{aligned} \quad (3)$$

koppelt. Zu den obigen Gleichungen kommen also noch Kopplungsbedingungen und natürlich Randbedingungen (Zu- und Abströmbedingungen sowie Bedingungen für Schaufeloberfläche und Nachlauf). Eine genaue Beschreibung der dabei verwendeten Modelle findet man in [9].

Im Folgenden wird vorausgesetzt, dass die Jakobi-Matrix  $\nabla_{x_{ij}} \mathbf{c}_{ij}$  des diskretisierten Gesamtsystems für jeden Betriebspunkt und auf allen Stromflächen Vollrang bezüglich der Strömungsvariablen besitzt. Eine Beschreibung der Struktur dieser Matrix und der Gleichungslösung findet man in [1, 6, 2, 3].

Das Optimierungsproblem (1) wird mittels eines partiell reduzierten SQP-Verfahrens (PRSQP) gelöst, was im nächsten Abschnitt kurz erläutert wird (Genauerer findet sich etwa in [8, 7, 5, 4]).

## 2.2 PRSQP Verfahren

Wir gehen von einem Optimierungsproblem der folgenden allgemeinen Form aus:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{y}} \quad & f(\mathbf{y}), \quad f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{c}(\mathbf{y}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{c}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m_c}, \\ & \mathbf{g}(\mathbf{y}) \leq \mathbf{0}, \quad \mathbf{g}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m_g}. \end{aligned} \quad (4)$$

Die Optimalitätsbedingungen erster Ordnung für solch ein Problem besagen nun, dass es an einem Lösungspunkt Vektoren  $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^{m_c}$  and  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^{m_g}$  gibt, sodass

$$\begin{aligned} \nabla f + \nabla \mathbf{c} \boldsymbol{\lambda} + \nabla \mathbf{g} \boldsymbol{\mu} &= \mathbf{0}, \\ \text{diag}(\boldsymbol{\mu}) \mathbf{g} &= \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0}, \\ \mathbf{c} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (5)$$

Der Übersichtlichkeit halber führen wir für den Rest dieses Abschnitts folgende vereinfachende Notationen ein:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &:= \nabla \mathbf{c}^\top(\mathbf{y}_k), \\ \mathbf{G} &:= \nabla \mathbf{g}^\top(\mathbf{y}_k), \\ \ell &:= f(\mathbf{y}_k) - \boldsymbol{\lambda}^\top \mathbf{c}(\mathbf{y}_k) - \boldsymbol{\mu}^\top \mathbf{g}(\mathbf{y}_k), \\ \mathbf{H} &:= \nabla_{yy} \ell, \end{aligned} \quad (6)$$

und wir lassen auch alle weiteren Argumente  $\mathbf{y}_k$  weg.

Das linearisierte System im Iterationsschritt  $k$  ist

$$\begin{pmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{G}^\top & \mathbf{C}^\top \\ \text{diag}(\boldsymbol{\mu})\mathbf{G} & \text{diag}(\mathbf{g}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{y} \\ \Delta \boldsymbol{\mu} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nabla_y \ell \\ \text{diag}(\boldsymbol{\mu})\mathbf{g} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0}.$$

Wenn wir nun annehmen, dass es eine  $(n \times m_c)$  Matrix  $\mathbf{X}$ , eine  $(n \times m_p)$  Matrix  $\mathbf{P}$  und Vektoren  $\Delta \hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{m_c}$  sowie  $\Delta \hat{\mathbf{p}} \in \mathbb{R}^{m_p}$  gibt mit den Eigenschaften

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{X} \Delta \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{P} \Delta \hat{\mathbf{p}}, \quad \text{wobei } \mathbf{C}\mathbf{X} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{C}\mathbf{P} = \mathbf{0}, \quad (8)$$

dann können wir das System (7) aufblasen zu

$$\begin{pmatrix} \mathbf{H}\mathbf{X} & \mathbf{H}\mathbf{P} & \mathbf{G}^\top & \mathbf{C}^\top \\ \text{diag}(\boldsymbol{\mu})\mathbf{G}\mathbf{X} & \text{diag}(\boldsymbol{\mu})\mathbf{G}\mathbf{P} & \text{diag}(\mathbf{g}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}} \\ \Delta \hat{\mathbf{p}} \\ \Delta \boldsymbol{\mu} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nabla_y \ell \\ \text{diag}(\boldsymbol{\mu})\mathbf{g} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0}. \quad (9)$$

Die dritte Zeile dieses Systems lautet nun einfach  $\Delta \hat{\mathbf{x}} = -\mathbf{c}$ , was auch bedeutet, dass wir die erste Spalte auf die rechte Seite bringen können:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{HP} & \mathbf{G}^\top & \mathbf{C}^\top \\ \text{diag}(\boldsymbol{\mu})\mathbf{GP} & \text{diag}(\mathbf{g}) & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \hat{\mathbf{p}} \\ \Delta \boldsymbol{\mu} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nabla_y \ell - \mathbf{HXc} \\ \text{diag}(\boldsymbol{\mu})(\mathbf{g} - \mathbf{GXc}) \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0}.$$
(10)

Da  $\mathbf{CP} = \mathbf{0}$ , können wir die adjungierte Variable  $\Delta \boldsymbol{\lambda}$  durch Multiplikation der ersten Zeile mit  $\mathbf{P}^\top$  von links eliminieren.

Damit verbleibt

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}^\top \mathbf{HP} & \mathbf{P}^\top \mathbf{G}^\top \\ \text{diag}(\boldsymbol{\mu})\mathbf{GP} & \text{diag}(\mathbf{g}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \hat{\mathbf{p}} \\ \Delta \boldsymbol{\mu} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{P}^\top (\nabla_y \ell - \mathbf{HXc}) \\ \text{diag}(\boldsymbol{\mu})(\mathbf{g} - \mathbf{GXc}) \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0},$$
(11)

was man auch als quadratisches Programm schreiben kann:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \hat{\mathbf{p}}} \quad & \frac{1}{2} \Delta \hat{\mathbf{p}}^\top \mathbf{P}^\top \mathbf{HP} \Delta \hat{\mathbf{p}} + \mathbf{P}^\top (\nabla_y \ell - \mathbf{HXc}) \Delta \hat{\mathbf{p}}, \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{GP} \Delta \hat{\mathbf{p}} + \mathbf{g} - \mathbf{GXc} \leq \mathbf{0}. \end{aligned}$$
(12)

Wenn wir nun die ersten  $m_c$  Spalten von  $\mathbf{C}$  and  $\mathbf{G}$  mit  $\mathbf{C}_x$ ,  $\mathbf{G}_x$  und den Rest mit  $\mathbf{C}_p$ ,  $\mathbf{G}_p$  bezeichnen und in gleicher Weise den Iterationsschritt aufspalten in  $\Delta \mathbf{y}^\top = (\Delta \mathbf{x}^\top, \Delta \mathbf{p}^\top)$ , dann erhalten wir aufgrund der Tatsache, dass  $\mathbf{C}_x$  unseren Annahmen zufolge invertierbar ist, mit den Matrizen

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_x^{-1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} -\mathbf{C}_x^{-1} \mathbf{C}_p \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}$$
(13)

eine Zerlegung der Form (8), wobei

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{C}_x \Delta \mathbf{x} + \mathbf{C}_p \Delta \mathbf{p}, \\ \Delta \hat{\mathbf{p}} &= \Delta \mathbf{p}. \end{aligned}$$
(14)

Da der Term  $\mathbf{HXc}$  in der ersten Zeile von (12) asymptotisch verschwindet, lassen wir ihn der Einfachheit halber gleich weg.

Weiterhin sehen wir, dass

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}^\top \mathbf{H} \mathbf{X} &= (-\mathbf{C}_p^\top \mathbf{C}_x^{-\top} \mathbf{H}_{xx} + \mathbf{H}_{xp}) \mathbf{C}_x^{-1}, \\
\mathbf{G} \mathbf{X} &= \mathbf{G}_x \mathbf{C}_x^{-1}, \\
\mathbf{G} \mathbf{P} &= -\mathbf{G}_x \mathbf{C}_x^{-1} \mathbf{C}_p + \mathbf{G}_p, \\
\mathbf{P}^\top \nabla_y \ell &= -\mathbf{C}_p^\top \mathbf{C}_x^{-\top} (\nabla_x f + \mathbf{G}_x^\top \boldsymbol{\mu}) + \nabla_p f + \mathbf{G}_p^\top \boldsymbol{\mu}, \\
\Delta \hat{\mathbf{p}}^\top \mathbf{P}^\top \mathbf{H} \mathbf{P} \Delta \hat{\mathbf{p}} &= \Delta \mathbf{p}^\top \mathbf{H}_{pp} \Delta \mathbf{p}.
\end{aligned} \tag{15}$$

Da ferner `OptiMISES` keine Zustandsbeschränkungen zulässt (außer durch Einbindung über Straffunktionen natürlich), hängt  $\mathbf{g}$  nicht von  $\mathbf{x}$  ab, womit  $\mathbf{G}_x = \mathbf{0}$ .

Damit wird das quadratische Programm  $\Delta \mathbf{p}$  zu

$$\begin{aligned}
\min_{\Delta \mathbf{p}} \quad & \frac{1}{2} \Delta \mathbf{p}^\top \mathbf{H}_{pp} \Delta \mathbf{p} + \gamma \Delta \mathbf{p} \\
\text{s. t.} \quad & \mathbf{G}_p \Delta \mathbf{p} + \mathbf{g} \leq \mathbf{0},
\end{aligned} \tag{16}$$

wobei wir den Term

$$\gamma := \nabla_p f - \mathbf{C}_p^\top \mathbf{C}_x^{-\top} \nabla_x f \tag{17}$$

als *reduzierten Gradienten* bezeichnen. Wie im nächsten Abschnitt noch gezeigt wird, kann dieser aus den von `MISES` für jeden Betriebspunkt und jede Stromfläche bereitgestellten Sensitivitätsinformationen zusammengestellt werden.

Die Aktualisierung der Strömungsvariablen muss dann aufgrund der letzten Zeile des Systems (9) und der ersten Zeile von (14) erfolgen:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{C}_x^{-1} (\mathbf{c} + \mathbf{C}_p \Delta \mathbf{p}). \tag{18}$$

Auch dieser Schritt ist eine einfache Zusammenstellung von `ISES` Newtonschritten, wobei allerdings die rechten Seiten bzgl.  $\Delta p$  linearisiert sind.

### 2.3 Reduziertes QP für den Q3D-Betriebsbereich

Das reduzierte Quadratische Programm (16) zum Quasi-3D Betriebsbereichsoptimierungsproblem lautet

$$\begin{aligned}
\min_{\Delta \mathbf{p}} \quad & \Delta \mathbf{p}^\top \mathbf{B} \Delta \mathbf{p} + \gamma^\top \Delta \mathbf{p}, \\
\text{s. t.} \quad & \begin{pmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{h} \end{pmatrix} + \mathbf{G} \Delta \mathbf{p} \leq \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{19}$$

mit der linearisierten Geometriebeschränkungsmatrix

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \nabla_{p_1}^\top \mathbf{g}_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \nabla_{p_M}^\top \mathbf{g}_M & \\ \nabla_{p_1}^\top \mathbf{h} & \dots & \nabla_{p_M}^\top \mathbf{h} & \end{pmatrix} \quad (20)$$

und einer Rang-2-update Matrix  $\mathbf{B}$ , welche  $\mathbf{H}_{pp}$  approximiert:

$$\mathbf{B} := \mathbf{B}^+(\mathbf{B}, \Delta \mathbf{p}^{(\alpha)}, \Delta \boldsymbol{\gamma}^+, \rho). \quad (21)$$

Das linearisierte System zu den diskretisierten Strömungsgleichungen besitzt die block-diagonale Struktur

$$\nabla_x \mathbf{c} = \begin{pmatrix} \nabla_{x_{1,1}} \mathbf{c}_{1,1} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \nabla_{x_{N_1,1}} \mathbf{c}_{N_1,1} & \\ & & & \ddots \\ & & & & \nabla_{x_{N_M,M}} \mathbf{c}_{N_M,M} \end{pmatrix}, \quad (22)$$

sodass der reduzierte Gradient (17) die Form

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} w_1 \gamma_1 \\ \vdots \\ w_M \gamma_M \end{pmatrix} \quad (23)$$

besitzt mit Komponenten

$$\gamma_j = \nabla_{p_j} f_j - \nabla_{p_j} \mathbf{c}_j^\top (\nabla_x \mathbf{c}_j^\top)^{-1} \nabla_x f_j = \quad (24)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_j} \omega_{ij} \gamma_{ij}, \quad (25)$$

wobei

$$\gamma_{ij} = \nabla_{p_j} f_{ij} - \nabla_{p_j} \mathbf{c}_{ij}^\top (\nabla_{x_{ij}} \mathbf{c}_{ij}^\top)^{-1} \nabla_{x_{ij}} f_{ij} \quad (26)$$

der reduzierte Gradient für einen einzelnen Betriebspunkt auf einer S1-Stromfläche ist, welcher direkt aus den MISES-Sensitivitätsinformationen errechnet werden kann.

Das Zielfunktional ist lediglich die gewichtete Summe aller Zielfunktionalwerte der Stromflächen-Betriebspunkte, und auch die Aktualisierung (18)

der Strömungsvariablen kann aufgrund der block-diagonalen Struktur (22) der linearisierten, diskretisierten Strömungsgleichungen auf den einzelnen Stromflächen-Betriebspunkten unabhängig voneinander vorgenommen werden.

Dies alles zusammen bedeutet, dass alle Rechenschritte, die die Strömungsgleichungen betreffen, für alle Betriebspunkte und Stromflächen unabhängig voneinander durchführbar sind.

Damit kann die Forderung nach einer einfachen Schnittstelle zwischen Optimierung und Strömungsrechnung auch für die Simultanoptimierung des komplexen Systems (1) eingehalten werden. Zudem wird dadurch eine effiziente Implementierung auf parallelen Architekturen ermöglicht.

Abschließend sollte vielleicht noch klargestellt werden, dass Zustandsbeschränkungen, die im derzeit implementierten Algorithmus nicht als Nebenbedingungen  $\mathbf{g}$  formulierbar sind, natürlich trotzdem berücksichtigt werden können, z. B. über Straf- oder Barrierefunktionen.

## 2.4 Algorithmus-Skizze

1. Lies Benutzer-definierte Daten (tuning des Algorithmus, Wahl von Zielfunktional und Nebenbedingungen, Betriebspunkte, Stromflächen) von den `OptiMISES` Steuerdateien ein (siehe Programmdokumentation).
2. Berechne die aktuellen Werte von  $\mathbf{x}_{ij}$ ,  $f_{ij}$  und  $\gamma_{ij}$  für alle gewählten Betriebspunkte auf allen gewählten Stromflächen. Dabei ist darauf zu achten, dass im Falle einer ISES-Relaxierung an *einem* Betriebspunkt diese für *alle* Betriebspunkte der betroffenen Stromfläche durchgeführt werden muss, da ISES auch die Änderung der Schaufelgeometrie relaxiert.
3. Bilde die gewichtete Summe der Q3D Betriebsbereichs-Zielfunktionswerte

$$f = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N_j} w_j \omega_{ij} f_{ij} \quad (27)$$

und setze den reduzierten Gradienten zusammen aus

$$\gamma = \begin{pmatrix} w_1 \sum_{i=1}^{N_1} \omega_{i1} \gamma_{i1} \\ \vdots \\ w_M \sum_{i=1}^{N_M} \omega_{iM} \gamma_{iM} \end{pmatrix}. \quad (28)$$

4. Berechne die Meritfunktion (welche auch benutzerdefinierte Gewichtungen aufweist, siehe `OptiMISES` Dokumentation). Im Falle einer Verschlechterung relaxiere  $\Delta \mathbf{p}^{(\alpha)} \leftarrow \beta \Delta \mathbf{p}^{(\alpha)}$  und gehe zu Schritt 2.
5. Überprüfe die Abbruchkriterien. Wenn sie erfüllt sind, dann ist der Programmablauf beendet. Wenn nicht, gehe zum nächsten Schritt.
6. Überprüfe, ob laut Benutzervorgaben weitere Projektionsschritte durchgeführt werden müssen und führe diese gegebenenfalls durch.
7. Berechne alle Geometriebeschränkungen und erzeuge die linearisierte Matrix  $\mathbf{G}$  gemäß (20) sowie die zugehörigen Schranken.
8. Führe das Rang-2-update (21) der approximierten Hessematrix in der Han-Powell-Modifikation (zur Erhaltung der Abstiegseigenschaft) und mit einer „limited-memory“ Strategie (zur Vermeidung schlechter Konditionierung) durch. Wenn der Benutzer dies vorgibt, kann dieses update aber auch gänzlich unterbleiben. In diesem Fall wird eine Diagonalmatrix erzeugt, welche mittels der aktuellen Sensitivitätsänderung (geteilt durch die Schrittweite) skaliert wird.
9. Bestimme die fällige Geometrieänderung durch Lösen des Quadratischen Programms (19).
10. Relaxiere die Geometrieänderung um den Faktor  $\alpha$ , welchen der Benutzer vorgeben kann, falls die Optimierungs-Schrittlänge für `ISES` tendenziell zu groß ist. Dann gehe zu 2.

Details zum Algorithmus geben die Beschreibungen der zugehörigen Programmroutinen in der `OptiMISES`-Dokumentation.

## 3 Profile und Geometriebedingungen

### 3.1 Koordinatensysteme

Die in `OptiMISES` verwendeten Profilparameter sind in  $(m', \theta)$ -Stromflächenkoordinaten definiert. Aus Kegelkoordinaten  $(r, z, \phi)$  werden diese für eine gegebene S2-Stromlinie  $r(z)$  wie folgt berechnet:

$$m' = \int_{z_0}^z \frac{\sqrt{(dr(\zeta))^2 + (d\zeta)^2}}{r(\zeta)}, \quad (29)$$

$$\theta = \phi - \theta_0.$$

Die Versetzung  $\theta_0$  wird meist so gewählt, dass  $\theta$  für den Profilmittelpunkt mit kleinster  $z$ -Koordinate verschwindet.

Gewöhnlich wird dabei die Stromlinie durch die Gerade

$$r(z) = a + bz \quad (30)$$

angenähert, wobei

$$a = z_m - x_m \tan \psi, \quad (31)$$

$$b = \tan \psi.$$

Dabei ist  $x_m$  das arithmetische Mittel der  $z$ -Koordinaten an derjenigen Position, wo die Zu- und Abströmbedingungen definiert werden,  $z_m$  ist der Abstand des Profilschwerpunktes zur Maschinenachse, und  $\psi$  ist der Winkel zwischen letzterer und der S2-Stromlinie.

Manchmal sind die Schaufeln in *Kegelmantel-Koordinaten* gegeben:

$$x = (r \cos(c\phi) - a)/c, \quad (32)$$

$$y = (r \sin(c\phi))/c$$

mit  $c = \sin \psi$ , sodass

$$r = \sqrt{(cx + a)^2 + (cy)^2}, \quad (33)$$

$$\phi = \frac{1}{c} \arctan2(cy, cx + a).$$

Für die Umrechnung von diesen  $(x, y)$  Koordinaten in die MISES  $(m', \theta)$  Koordinaten stellt `OptiMISES` Umrechnungsprogramme zur Verfügung. Diese führen die Integration (29) mit Hilfe von (30) and (33) durch. Ausgehend von  $z_0 = 0$  ergibt dies

$$m' = \frac{1}{2c} \log\left(1 + 2c\left(\frac{x}{a} + \frac{c}{2a^2}(x^2 + y^2)\right)\right). \quad (34)$$

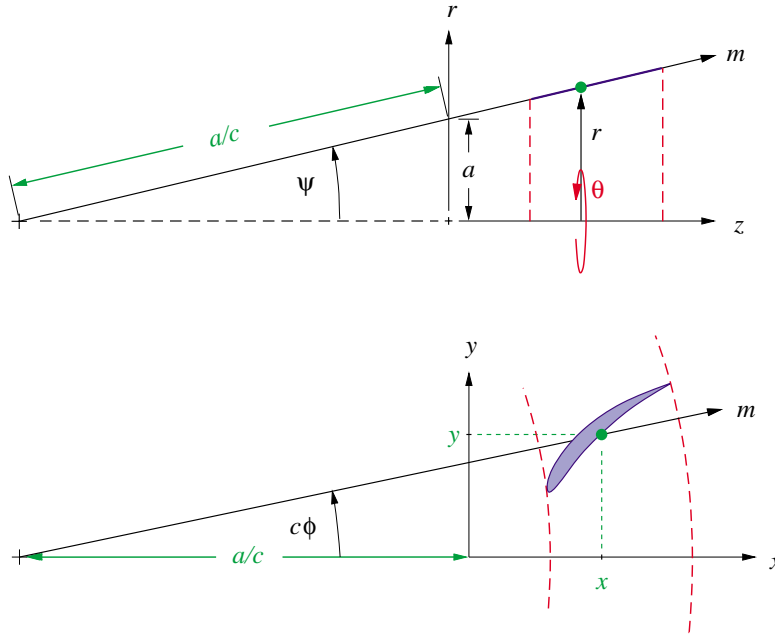


Abbildung 1: Koordinatenumrechnung

Eine Division durch Null für kleine S2-Steigungen  $\psi$  wird umgangen, indem man den Logarithmus in eine Taylor-Reihe entwickelt:

$$m' = \left( \frac{x}{a} + \frac{c}{2a^2}(x^2 + y^2) \right) / \left( 1 + c(x/a + \frac{c}{2a^2}(x^2 + y^2)) \right),$$

falls  $|2c(x/a + c(x^2 + y^2))/2a^2|$  klein ist.

Für  $\theta$  folgt aus (33), dass

$$\theta = \frac{1}{c} \arctan2(cy, cx + a).$$

Für kleine  $|cy|/|cx + a|$  wird wieder entwickelt:

$$\theta = \frac{y}{cx + a}. \quad (35)$$

Danach werden  $m'$  und  $\theta$  so verschoben, dass der Profilpunkt mit minimalem  $m'$  im Ursprung zu liegen kommt:

$$\begin{aligned} m' &\leftarrow m' - m'_0, \\ \theta &\leftarrow \theta - \theta_0. \end{aligned}$$

Aufgrund dieser Daten kann dann nach Wunsch auch die Rücktransformation des optimierten Profils in die Kegelmantelkoordinaten erfolgen:

$$\begin{aligned} x &= \frac{a}{c} \cos(c(\theta + \theta_0)) e^{c(m' + m'_0)} , \\ y &= \frac{a}{c} \sin(c(\theta + \theta_0)) e^{c(m' + m'_0)} . \end{aligned} \quad (36)$$

Für kleine S2-Steigungen ergibt sich wiederum

$$\begin{aligned} x &= a(m' + m'_0 + \frac{c}{2}((m' + m'_0)^2 + (\theta + \theta_0)^2)) , \\ y &= a(\theta + \theta_0)(1 + c(m' + m'_0)) . \end{aligned} \quad (37)$$

Oft wird die  $m'$ -Verschiebung so durchgeführt, dass man die Integration (29) am Profilkpunkt mit dem kleinsten  $z$ -Wert startet. Dies führt zwar auf das gleiche Resultat, aber für die Rücktransformation ist dann der Startpunkt  $\hat{z}$  zu speichern, und man erhält  $m_0$  aus

$$m_0 = \frac{1}{c} \log\left(1 + \frac{b}{a} \hat{z}\right) , \quad (38)$$

und, für kleine  $\psi$ ,

$$m_0 = \frac{\hat{z}}{(a + b\hat{z}) \cos \psi} . \quad (39)$$

### 3.2 Parameterisierung

Die Parameterisierung der Profilkurven, die von `OptiMISES` verwendet werden, erfolgt mittels quintischer B-Splines in beiden Koordinaten:

$$\begin{aligned} m'(t) &:= \sum_{i=1}^{12} p_i B_i(t) , \\ \theta(t) &:= \sum_{i=1}^{12} p_{i+12} B_i(t) , \\ 0 &\leq t \leq 1 . \end{aligned} \quad (40)$$

Die Basisfunktionen  $B_i(t)$  sind in Abbildung 2 dargestellt. Die Abbildung 3 zeigt eine Beispielkurve  $(m'(t), \theta(t))$ ,  $0 \leq t \leq 1$  mit ihren Splinekontrollpunkten  $(p_i, p_{i+12})$ ,  $i = 1, \dots, 12$ .

Die Basisfunktionen sind so gewählt, dass an allen Segmentverknüpfungspunkten dreifache Knoten liegen, womit die Splinekurve dort in beiden Koordinaten nur zweimal stetig differenzierbar ist.

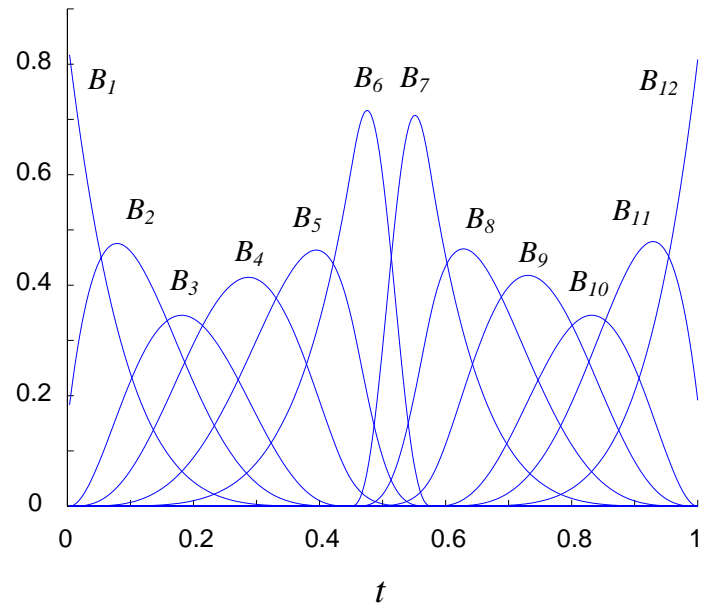


Abbildung 2: B-Spline Basisfunktionen

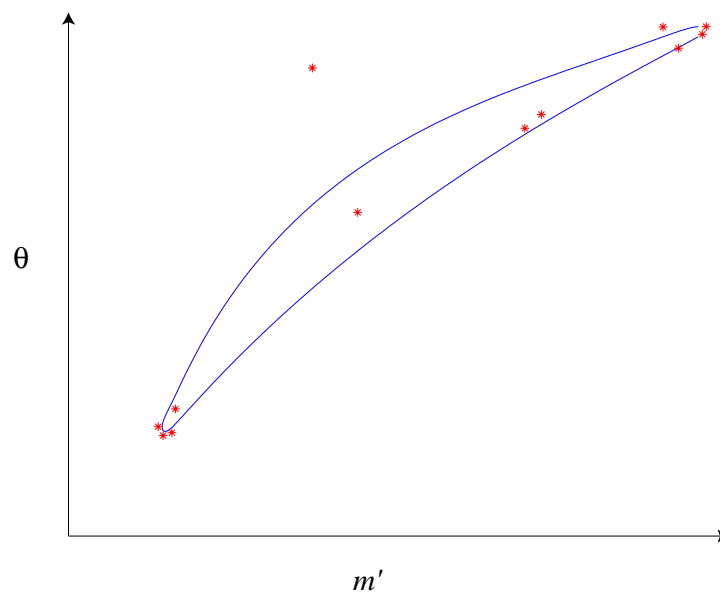


Abbildung 3: B-Spline Beispielkurve und Kontrollpunkte

Diese Knotenwahl ermöglicht eine exakte Umwandlung der `OptiMISES`-Parameter in die üblichen Designparameter mit Vorwärts- und Rückwärts-geschwindigkeiten, -krümmungen und -beschleunigungen (klarerweise bleiben dabei die Rückwärtsinformationen am Beginn und die Vorwärtsinformationen am Ende der Schaufel leer, da das von `MISES` nicht verwendete Segment an der Hinterkante nicht dargestellt wird). Damit kann man die Endergebnisse der Optimierung exakt in die Designsysteme übertragen.

In der anderen Richtung ist diese Umwandlung in der Regel leider nur approximativ möglich, da die üblichen Profile an den Verknüpfungspunkten mehr Freiheit besitzen. Diese setzen nämlich nur voraus, dass dort die Tangenten stetig sind und manchmal auch die Krümmungen. Die B-Spline-Profile sind dagegen in *beiden* Koordinatenfunktionen zweimal stetig differenzierbar. Die Approximation sollte aber von guter Qualität sein, da in diesem Fall die Segmentverknüpfungspunkte bekannt sind.

Neben Programmen für die oben erwähnten Umwandlungen steht im `OptiMISES`-Paket eines bereit, mit dessen Hilfe auch Profile, die rein in Koordinatenform vorliegen, mit B-Spline-Kurven angenähert werden können. Die Qualität der Approximation hängt in diesem Fall allerdings stark von der Wahl der Segmentverknüpfungspunkte ab. Man sollte dabei also große Sorgfalt walten lassen (die mitgelieferten Programme geben Unterstützung bei dieser Wahl, siehe Dokumentation).

### 3.3 Geometriebedingungen

#### 3.3.1 Krümmung

Krümmungsbeschränkungen können sehr flexibel über verschiedene Bereiche der Schaufel erstreckt werden.

Die oberen und unteren Schranken können dabei entweder für alle Kurvenpunkte der gewählten Region den gleichen Wert besitzen oder für jeden Punkt extra, relativ zum Ausgangswert, gesetzt werden.

Von besonderer Bedeutung sind Krümmungsbeschränkungen an Vorder- und Hinterkante.

An der Vorderkante ist wichtig, dass der Bereich, in dem die Beschränkung wirkt, nicht zu nahe an den Auslegungspunkten endet. Ansonsten kann es nämlich geschehen, dass ein zu weiter Optimierungsschritt einen Knick im Schaufelprofil (siehe Abbildung 11 auf Seite 28) und damit früher oder später einen Programmabbruch verursacht.

Deswegen gibt es ein auf die Vorderkante zugeschnittenes Eingabefeld, in dem der Benutzer gezielt angeben kann, wie weit über die Auslegungspunkte hinaus die Krümmungsbeschränkung wirken soll (siehe Abbildung 4).

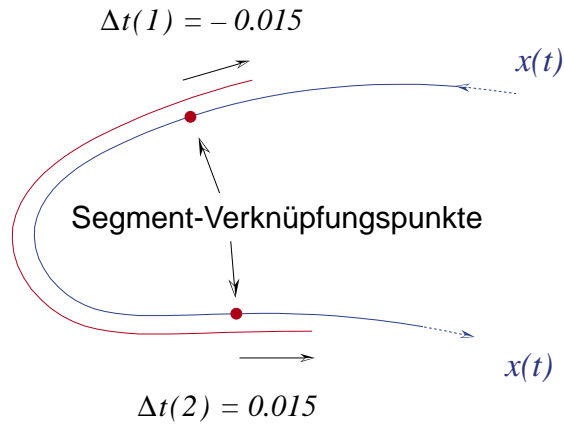


Abbildung 4: LE Krümmungsbeschränkungs-Spezifikation

Krümmungsbeschränkungen an der Hinterkante sind vor allem deswegen von Bedeutung, da sie unerwünschte Nebenwirkungen dort gesetzter Winkelbeschränkungen vermeiden helfen können (siehe unten).

### 3.3.2 Hinterkantendicke

Der Begriff ‐Dicke‐ ist anhand diskreter Kurvenpunkte natürlich nicht eindeutig zu definieren. Es hat sich allerdings als durchaus sinnvoll erwiesen, sie als die Projektion der Verbindungslinie gegenüberliegender Kurvenpunkte auf die Normale zur Skelettlinie (angenähert als das Mittel der Normalen auf die Kurve) festzulegen.

Als besonders wichtig hat es sich übrigens erwiesen, die Dicke nicht nur an den beiden Endpunkten zu beschränken, sondern in einem etwas größeren Bereich am hinteren Ende der Schaufel (siehe Abbildung 5). Dies gilt natürlich in besonderem Maße dann, wenn ein positiver Öffnungswinkel (siehe Abschnitt 3.3.11) zugelassen ist. Ein Beispiel für eine ‐optimierte‐ Hinterkante, deren Dicke nur am Ende festgeschrieben war, zeigt Abbildung 11 auf Seite 28.

Wenn dabei auch noch die Versetzung zwischen Hinterkanten-Endpunkten (siehe Abschnitt 3.3.5) in vernünftigen Grenzen gehalten wird, führt dies tatsächlich zu sehr guten Resultaten.

### 3.3.3 Fläche

Die Fläche wird durch numerische Integration berechnet, wobei das Integral über die untere Hälfte der Kurve (die Grenze zwischen den Kurven ist der

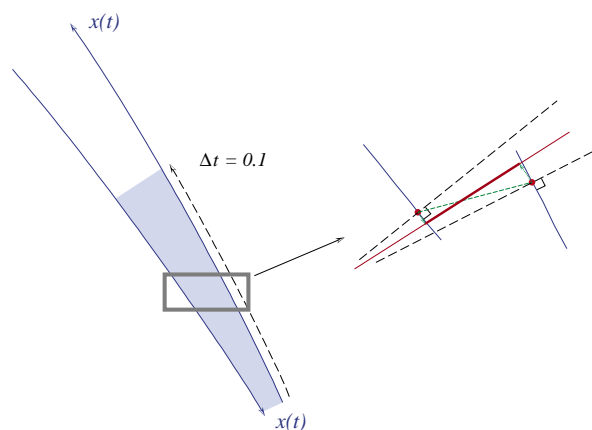


Abbildung 5: Hinterkantendicke

Punkt mit minimaler  $m'$ -Koordinate) vom Integral über die obere Hälfte abgezogen wird. Am offenen, hinteren Ende der Schaufel wird dann noch die von den Endpunkten markierte Trapezfläche unter den Endpunkten addiert bzw. abgezogen.

### 3.3.4 Abströmwinkel

Der Abströmwinkel am Ende der Schaufel kann sinnvollerweise nicht vorgegeben werden (stattdessen wird am Ende der Schaufel die Kutta-Abströmbedingung gesetzt). Dennoch muss ein aus der S2-Rechnung vorgegebener Abströmwinkel möglichst gut eingehalten werden. Dafür gibt es von Fall zu Fall verschiedene Strategien.

Bei subsonischer Turbinenströmung kann der Abströmwinkel sehr gut über die sogenannte Engfläche gesteuert werden (siehe Abbildung 6).

In anderen Fällen, besonders bei Verdichtern, kann die Steuerung durch eine Machzahl-abhängige Kombination von Staffelungs- und Abström-Metallwinkel erfolgen. Bei einer Steuerung mit Hilfe des Metallwinkels ist allerdings sehr darauf zu achten, dass der Schaufelkrümmung (siehe Abschnitt 3.3.1) und dem Öffnungswinkel (siehe Abschnitt 3.3.11) an der offenen Hinterkante nicht zu viel Freiheit gegeben wird.

### 3.3.5 Versetzung zwischen Hinterkanten-Endpunkten

Ein weiteres Problem der offenen Schaufel ist, dass deren Endpunkte, zwischen denen ja die Kutta-Bedingung gesetzt wird, frei verschiebbar sind, was zu unrealistischen Resultaten führen kann. Deswegen ist der Winkel

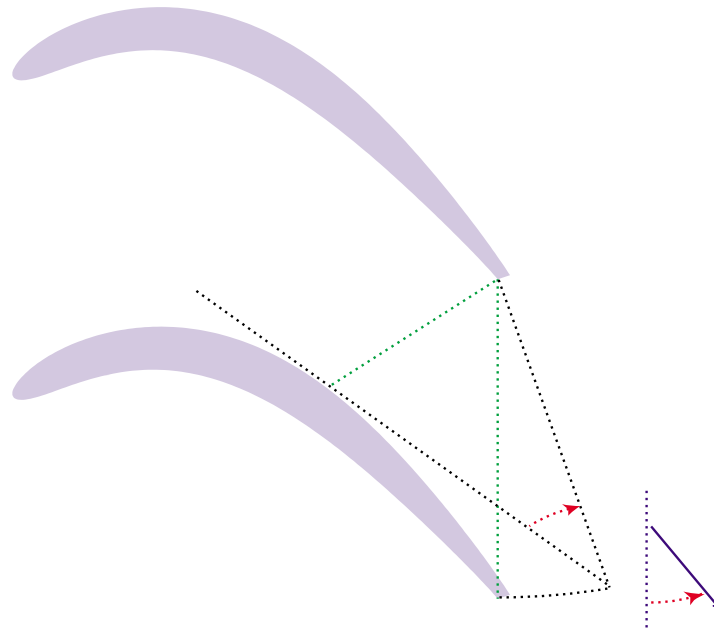


Abbildung 6: Engflächenbedingung

zwischen der Verbindungslinie dieser Punkte und der Normalen auf die Skellettlinie (welche mit Hilfe des mittleren Metallwinkels angenähert wird, siehe Abbildung 7) zu beschränken. Ähnlich wie im vorhergehenden Abschnitt ist hierbei wiederum auf Krümmung und Öffnungswinkel zu achten.

### 3.3.6 Vorderkantendicke

Die Vorderkantendicke wird gegenwärtig einfach als der Abstand zwischen den dortigen Auslegungspunkten berechnet. Da diese Punkte gegeneinander verschiebbar sind, könnte das unter Umständen nicht das gewünschte Resultat bringen. Es hat sich aber gezeigt, dass man, bei entsprechender Sorgfalt, in Verbindung mit entsprechenden Flächen- und vor allem Krümmungsbeschränkungen an der Vorderkante doch sein Ziel erreichen kann.

### 3.3.7 Länge

Diese Bedingung wurde zu Beginn des Projektes angedacht. Sie ist definiert wie in Abbildung 8 zu sehen. Bei den Tests hat es sich allerdings meist als sinnvoller herausgestellt, stattdessen die Einbaubreite und den Stafflungswinkel zu beschränken.

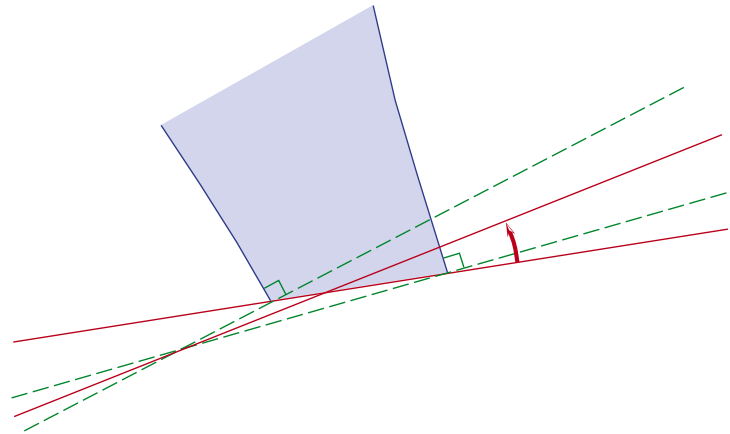
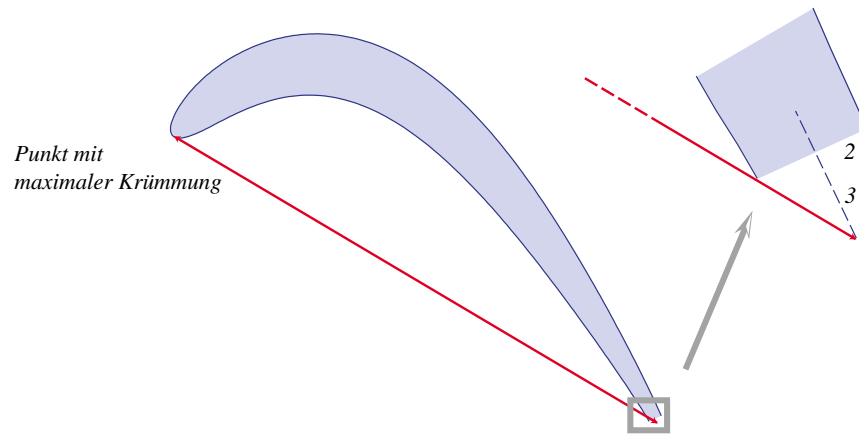


Abbildung 7: Versetzung der Hinterkantenpunkte



*Punkt mit maximaler Krümmung*

Abbildung 8: Längendefinition

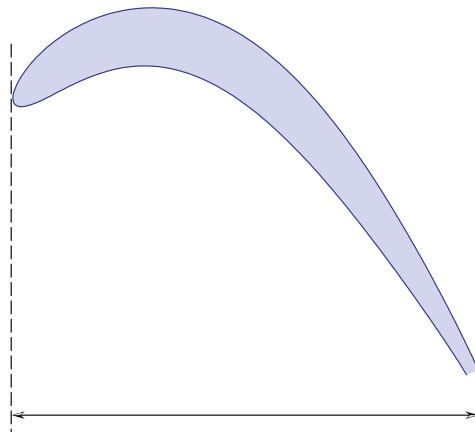


Abbildung 9: Einbaubreite

### 3.3.8 Einbaubreite und $m'$ -Position

Die Einbaubreite ist einfach der Abstand zwischen den Punkten mit minimaler bzw. maximaler  $m'$ -Koordinate (siehe Abbildung 9). Zusätzlich kann auch ein Toleranzbereich für die Einbauposition festgelegt werden, was vor allem bei Q3D-Berechnungen von Bedeutung ist.

### 3.3.9 Staffelungswinkel

Auch der Staffelungswinkel kann in einem bestimmten Toleranzbereich gehalten werden. Diese Beschränkung wird allerdings aufgehoben, wenn eine heuristische Steuerung des Abströmwinkels aktiv ist, die den Staffelungswinkel miteinbezieht (siehe Abschnitt 3.3.4).

### 3.3.10 Metallwinkel

Der Metallwinkel ist das Mittel aus den Tangentenwinkeln (Quotient der ersten Ableitungen der B-spline-Koordinaten) an der Hinterkante. Wie bereits in Abschnitt 3.3.4 erwähnt, besitzt sein Wert nur dann echte Aussagekraft, wenn Krümmung und Öffnungswinkel an der Hinterkante „vernünftige“ Werte haben.

Analog zum Staffelungswinkel bleibt auch eine Metallwinkelbeschränkung im Falle einer Beteiligung an der Steuerung des Abströmwinkels ohne Wirkung.

### 3.3.11 Öffnungswinkel

Der Öffnungswinkel an der Hinterkante ist ein weiteres Mittel, mit dessen Hilfe die Form der Hinterkante unter Kontrolle gehalten werden kann. Beschränkt wird dabei die Differenz der Hinterkanten-Tangentenwinkel.

### 3.3.12 Straken

Für die „strakende“ Schaufel relevante Kriterien erscheinen nach einigen Diskussionen als so zahlreich, dass vorerst einfach ein sehr strenges, rein geometrisches Kriterium definiert wurde, das bewirkt, dass aus den optimierten Profilen einfach eine relativ „glatte“ Schaufel interpoliert werden kann.

In der derzeit implementierten Version ist dies eine Beschränkung der Totalvariation der in die  $(r, \theta)$ -Ebene projizierten Polygonzüge, welche einander zugeordnete Profilpunkte der einzelnen Stromflächen miteinander verbinden.

## 4 Implementierung

### 4.1 Modularität

Simultanoptimierungsverfahren bedingen grundsätzlich natürlich eine engere Verzahnung von Simulation und Optimierung als Optimierungsmethoden, welche die Simulation als „black box“ betrachten.

Der für PRSQP-Verfahren typische „Krebstgang“ von Teilschritten in Richtung Optimum und Lösung des Vorwärtsproblems gestattet es jedoch, den Kern des verwendeten Vorwärtslösers (im vorliegenden Fall ist dies ein gesamter ISES-Iterationsschritt) unangetastet zu lassen.

In OptiMISES wird um diesen Teil herum ein Interface gelegt, welches die für die Optimierung wesentlichen Informationen abgreift und anhand eines einzigen SUBROUTINE-Aufrufes übergibt.

Die Strömungsdaten der verschiedenen Stromflächen und Betriebspunkte werden, einem festen Benennungsschema folgend (siehe die OptiMISES Dokumentation), auf Temporärdateien im MISES-Datenformat gesichert.

Die Modularität bringt vor allem zwei Vorteile:

- Updates der am IWR entwickelten Programmteile bzw. von MISES können unabhängig voneinander erfolgen. Der Zusammenbau findet dann an einer genau festgelegten Stelle des Programms statt.
- Die Strömungsgleichungen der verschiedenen Betriebspunkte und Stromlinien werden unabhängig voneinander gelöst, was damit auch parallel geschehen kann.

### 4.2 An ISES durchgeführte Änderungen

In der von Prof. Drela zur Verfügung gestellten Version der MISES 2.4.1-Distribution mussten die folgenden Änderungen vorgenommen werden.

Die erste dieser Änderungen betrifft einen Indexfehler in der SUBROUTINE FORCES in den Zeilen 469 und 471

```

466:      DO NN=1, NPARN
467:          K = KPARN(NN)
468:          XBI_PAR(IG,K) =
469:      &      SEVAL(SBI,XB_G(1,N,K),XPB_G(1,N,K),SB(1,N),IIB(N))
470:          YBI_PAR(IG,K) =
471:      &      SEVAL(SBI,YB_G(1,N,K),YPB_G(1,N,K),SB(1,N),IIB(N))
472:      ENDDO
473: 202 CONTINUE

```

wo die Indizierung stattdessen offenbar folgendermaßen lauten sollte:

```
XB_G(1,K,N),XPB_G(1,K,N),YB_G(1,K,N),XPB_G(1,K,N)
```

Einen Fehler von offenbar geringerer Bedeutung gab es in der SUBROUTINE PTCALC, wo die Variable IO nicht initialisiert ist und möglicherweise einfach JO heißen soll:

```
1118:      PW_GL(IO,IS,0) = 0.
1119:      TW_GL(IO,IS,0) = 0.
1120:      HK_GL(IO,IS,0) = 0.
```

Diese beiden Fehler wurden durch eine sogenannte „range-check“-Überprüfung gefunden. Weiterhin war im Verlauf der Testrechnungen des öfteren folgende, von MISES ausgegebene Warnung zu beobachten (leider fast immer mit anschließendem Programmabsturz):

```
NEARPT, convergence failed
```

Die Ursache für diesen Fehler ist eine Pendelbewegung eines Vollschrin-Newtonverfahrens in der SUBROUTINE NEARPT. Die folgende kleine Änderung in den Zeilen 619 und 630 erscheint hinreichend, um diese Pendelbewegung zu vermeiden:

```
618: C---- Newton iteration loop
619:      DO 215 IPASS=1, 30
620:          CALL SEVALL(SNEAR,X,XP,S,N,XXI,XPI,X2I)
621:          CALL SEVALL(SNEAR,Y,YP,S,N,YYI,YPI,Y2I)
622: C
623: C----- residual is cross product with curve tangent vector
624:      RES  = (XXI-XPNT)*XPI + (YYI-YPNT)*YPI
625: C
626:      RES_S = (XPI      ) * XPI + (YPI      ) * YPI
627:      &      + (XXI-XPNT) * X2I + (YYI-YPNT) * Y2I
628: C
629:      DSN = -RES/RES_S
630:      SNEAR = SNEAR + 5D-2*DSN*min(IPASS,20)
631: C
632:      IF(ABS(DSN) .LT. EPS) GO TO 216
633: C
634: 215 CONTINUE
635:      WRITE(*,*) 'NEARPT: Convergence failed. Continuing... '
636: 216 CONTINUE
```

### 4.3 Visualisierung

Da `OptiMISES` für die Strömungsdaten exakt dasselbe Datenformat verwendet wie `MISES`, können diese mit dem Programm `IPLLOT` aus dem `MISES`-Basispaket geplottet werden.

Zusätzlich stellt `OptiMISES` die Möglichkeit zur Verfügung, alle wichtigen Variablen (also sowohl Strömungs- als auch Optimierungsvariable) mithilfe von `MatLab` oder `octave` zu plotten, wobei die Benennung der Variablen im Wesentlichen derjenigen im Quellcode des Programms folgt. Dies ist eine wichtige Hilfe sowohl beim Debuggen als auch bei der Interpretation der Optimierungsergebnisse.

### 4.4 Plattformen

Das Programm `OptiMISES` wurde auf den Plattformen AIX, Irix, Solaris, Linux und MacOS implementiert und getestet. Dabei wurden die folgenden Betriebssystem- und Compilerversionen verwendet:

Hardware	OS	Compiler
IBM Pentium II/400	Linux 2.0.36	Portland f77 3.0-4
SGI Indigo R4000/100MHz	Irix 5.3	MIPS f77
SGI 02 R5000/180MHz	Irix 6.3	MIPS f77
IBM RS6000/590 Power2	AIX 4.1.4	IBM AIX XL f77
SUN Ent. 450 4xUl.II/250MHz	Solaris 2.6	F77 4.2
Macintosh PPC 604e/180MHz	MacOS 7.6.1	Absoft ProFortran 5.0

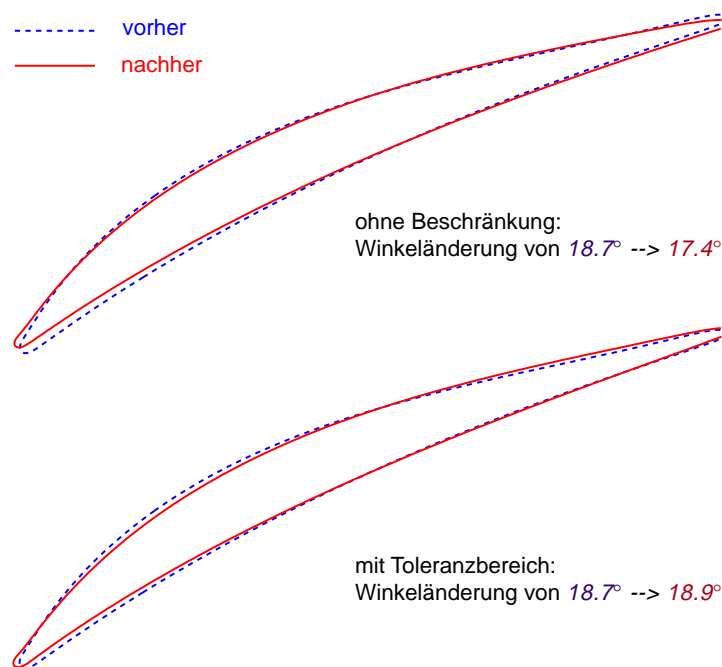


Abbildung 10: Vorgabe eines Abströmwinkel-Toleranzbereiches

## 5 Beispiele

### 5.1 Rolle der Nebenbedingungen

Geometrie-Nebenbedingungen haben sich im Laufe der getätigten Testrechnungen vor allem aus zwei Gründen als unerlässlich erwiesen.

Zum einen **gewährleisten** sie die **Einhaltung praktisch relevanter Kriterien** wie untere Schranken an Fläche, Vorder- und Hinterkantendicken und Krümmungsradien sowie Toleranzbereiche für Einbaubreite und Abströmwinkel. Abbildung 10 zeigt am Beispiel einer Kompressorschaukel, wie stark allein die Vorgabe einer Toleranz für den Abströmwinkel bei ansonsten gleichen Vorgaben (Fläche, Krümmungsradien, Einbaubreite, Hinterkantendicke, Öffnungswinkel, Schiefe . . . ) das Optimierungsergebnis verändert.

Zum anderen **stabilisieren** Geometriebedingungen **den Verlauf der Optimierung**, indem sie verhindern, dass Optimierungsschritte zu Schauelformen führen, die von MISES nicht berechnet werden können.

So führen etwa Profilformen, wie sie in Abbildung 11 zu sehen sind, zu einem Absturz von MISES. Da dieses aber bedauerlicherweise keine Fehlerbehandlung besitzt, ist damit der Programmablauf unwiderruflich unterbrochen. Für solche Fälle speichert OptiMISES zwar das Resultat des vorangegangenen

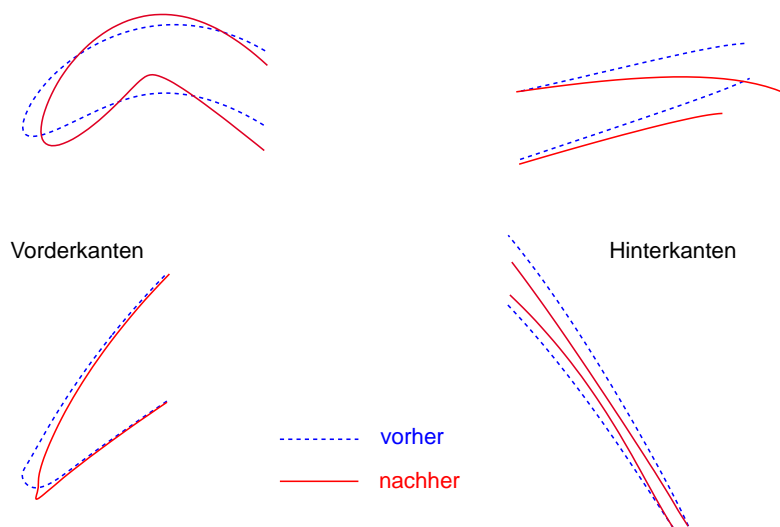


Abbildung 11: Auswirkungen unsachgemäßer Geometriebedingungen

Optimierungsschrittes, der Programmablauf ist aber unterbrochen, und es ist ein manueller Eingriff erforderlich. Außerdem wäre es schwer einzuschätzen, mit welchen Voreinstellungen man einen erneuten Absturz verhindern kann.

Eine detaillierte Beschreibung der implementierten Nebenbedingungen findet man in Abschnitt 3.3 auf den Seiten 17ff. Eine Einführung in ihre Handhabung gibt die `OptiMISES` Dokumentation.

## 5.2 Betriebsbereich contra Betriebspunkt

In vielen Fällen hat es sich erwiesen, dass für einen einzigen Betriebspunkt (Anströmwinkel, Anström-Machzahl . . . ) „optimale“ Schaufelprofile keineswegs optimal für ihren anzunehmenden Betriebsbereich sein müssen. Abbildung 12 zeigt ein solches Beispiel. Die Optimierung für einen festgelegten Anströmwinkel führte dabei zu einer Schaufelform, die einen wesentlich kleineren stabilen Betriebsbereich aufweist als die Ausgangsschaufel. Mit der Betriebsbereich-Optimierung konnte dagegen ein sehr gutes Ergebnis erzielt werden.

Es gibt aber auch einige Fälle, wo die Optimierung im Auslegungspunkt zufriedenstellende Resultate für den gesamten Betriebsbereich liefert. Die Abbildung 13 zeigt ein solches Beispiel.

In manchen Fällen (z. B. bei subsonischen Turbinenschaufelprofilen) kann es also ausreichend sein, zunächst eine Optimierung am Auslegungspunkt zu versuchen und das Ergebnis mittels `POLAR` zu überprüfen.

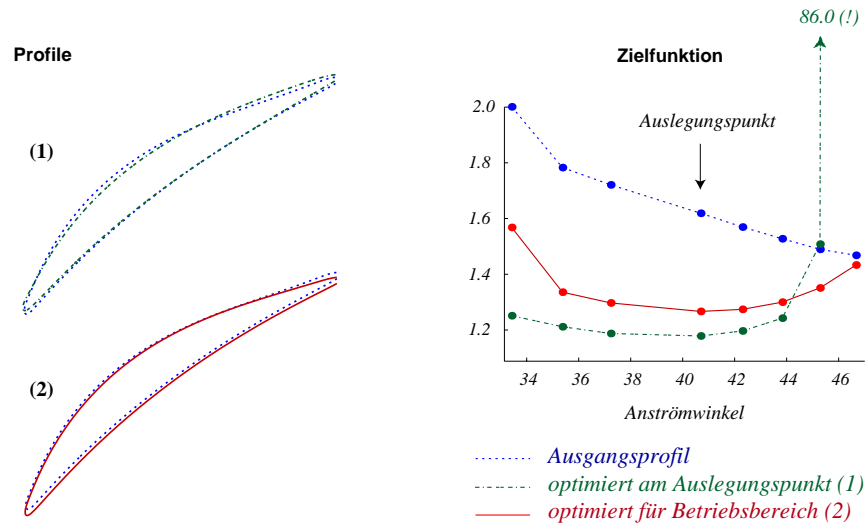


Abbildung 12: Kompressorschaukel, optimiert im Auslegungspunkt bzw. im gesamten Betriebsbereich

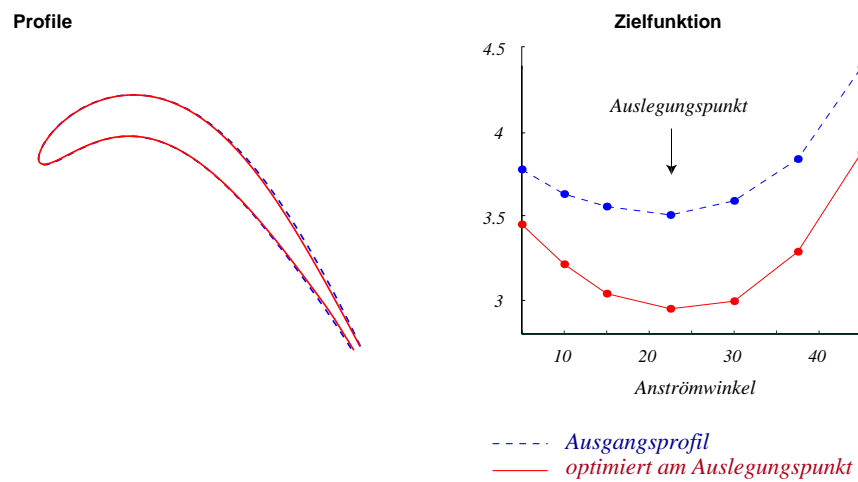


Abbildung 13: Turbinenschaukel, nur im Auslegungspunkt optimiert.

### 5.3 Rechenzeiten

Die Rechenzeiten der Simultanoptimierung liegen nach unseren bisherigen Erfahrungen im Bereich weniger Vielfacher (2-6) der Konvergenz einer einzigen MISES-Vorwärtsrechnung. Rechenzeitvergleiche mit „black-box“ Optimierungsmethoden, welche nur die Sensitivitätsinformationen auskonvergierter Lösungen zur Optimierung verwenden (etwa mittels der SQP-, Augmentierte Lagrange- oder Straffunktions-Verfahren im System *iSIGHT*), lassen sich natürlich nur unter Vorbehalt anstellen. Die Geschwindigkeitssteigerungen liegen unserer Erfahrung nach aber im Bereich Faktor 20-100.

## Zusammenfassung

Es wurde das Simultanoptimierungsprogramm `OptiMISES` zur quasi-3D Optimierung der Form von Turbinen- und Verdichterschaufeln für deren gesamten Betriebsbereich entwickelt, implementiert und erfolgreich getestet. Es basiert auf dem am MIT entwickelten Schaufelauslegungs-Programm `MISES`.

Folgende Implementierungen wurden durchgeführt:

- Formulierung praktisch relevanter Zielfunktionale und Geometriebedingungen,
- gleichzeitige Optimierung des gesamten Betriebsbereichs,
- gleichzeitige Optimierung einer hinreichenden Anzahl von Stromflächen (unter Einhaltung einer „Straken“-Bedingung).

Die Geometriebedingungen erlauben

- eine intuitive Formulierung praktischer Anforderungen,
- eine Stabilisierung des Laufzeitverhaltens der Optimierung.

Aufgrund der Ausnutzung sämtlicher, im Lauf der Simulation anfallender Sensitivitätsinformationen durch die verwendete PRSQP-Methode ist das Verfahren extrem schnell. Die Rechenzeiten für die Optimierung liegen etwa um Faktor 2-6 eines einzigen Simulationslaufes.

## Literatur

- [1] M. DRELA, *Two-Dimensional Transonic Aerodynamic Design and Analysis Using the Euler Equations*, PhD thesis, MIT, Dec. 1985.
- [2] M. DRELA, M. GILES, AND W. T. THOMPSON, JUN., *Newton solution of coupled euler and boundary-layer equations*, in Numerical and physical aspects of aerodynamic flows III, Proc. 3rd Symp., Long Beach/Calif., 1986, pp. 143–154.
- [3] M. DRELA AND M. B. GILES, *ISES: a two-dimensional viscous aerodynamic design and analysis code*, in AIAA Conference, no. 0424 in 87, Jan. 1987.
- [4] W. EGARTNER, *Working range optimization for turbine and compressor blading*, Journal for Computational and Applied Mathematics, (1999). preprint.
- [5] W. EGARTNER AND V. H. SCHULZ, *Partially reduced SQP methods for optimal turbine and compressor blade design*, in ENUMATH 97, 2nd European Conference on Numerical Mathematics and Advanced Applications, H. G. Bock, F. Brezzi, R. Glowinski, G. Kanschat, Y. A. Kuznetsov, J. Périaux, and R. Rannacher, eds., World Scientific, 1998, pp. 286–293.
- [6] M. B. GILES, *Newton Solution of Steady Two-Dimensional Transonic Flow*, PhD thesis, MIT, Oct. 1985.
- [7] V. SCHULZ, *Solving discretized optimization problems by partially reduced SQP methods*, Computing and Visualization in Science, 1 (1997).
- [8] V. H. SCHULZ, *Reduced SQP Methods for Large-Scale Optimal Control Problems in DAE with Applications to Path Planning Problems for Satellite Mounted Robots*, PhD thesis, IWR, University of Heidelberg, Germany, 1996.
- [9] H. YOUNGREN, *Viscous Design and Analysis Methods for Transonic Compressor Blading*, PhD thesis, Gas Turbine Laboratory, Department for Aeronautics and Astronautics, MIT, Feb. 1991.