

# Kurzfassung

---

Die vorliegende Arbeit behandelt hydraulische und mechanische Vorgänge in Drosseln und Leitungen bei der Kraftstoffeinspritzung für direkteinspritzende Dieselmotoren. Anhand von Experimenten und Rechnungen mit der Methode der Parameterschätzung werden Informationen über Strömungseigenschaften gewonnen und die betreffenden physikalischen Modelle weiterentwickelt.

Die untersuchten Vorgänge sind hochdynamischer Natur. So wird etwa im Fall eines PKW-Motors der Kraftstoff meist in kaum mehr als einer Millisekunde auf über 1000 *bar* komprimiert, wobei ca. 50 *mm*<sup>3</sup> Flüssigkeitsvolumen in die Brennkammer eingespritzt wird.

Für die Rechnung werden eindimensionale Modelle eingesetzt, da die Vorstellung, daß sich das strömende Medium entlang eines “Fadens” durch den Strömungskanal bewegt (“Stromfadentheorie”) das Verhalten des Systems sehr gut wiedergibt. Entlang dieses Fadens wird die einzige räumliche Koordinate gelegt, wobei die Strömung an jedem Punkt durch Geschwindigkeitswert und thermodynamischen Zustand (Druck, Dichte, Temperatur, innere Energie) charakterisiert wird.

Bei der Auswahl der Modelle wurde vor allem darauf Wert gelegt, daß alle in ihnen enthaltenen Parameter physikalisch interpretierbar sind. So werden etwa die Reibungsverluste einer laminaren Strömung durch die Viskosität des Mediums beschrieben oder die Verluste an Drosseln bei turbulenter Strömung durch konstante Widerstandsbeiwerte, die in einer physikalisch begründbaren Größenordnung liegen müssen. Auch das Auftreten von Kavitation ist in den Modellgleichungen eindeutig bestimmten Parametern zuzuordnen.

Da eindimensionale Modelle verwendet werden, sind sämtliche physikalischen Größen über den Strömungsquerschnitt gemittelte Werte. Die Tatsache, daß sie in der Realität infolge von Austauschprozessen (Masse, Impuls, Energie) ein bestimmtes Profil über den Querschnitt haben, wird in der eindimensionalen Darstellung durch Einführung zusätzlicher Parameter berücksichtigt.

Die Bedeutung der Parameter in diesen Modellen ist nicht nur darin zu sehen, daß sie wichtige Daten für neu auszulegende Systeme darstellen, sondern es folgen aus ihnen direkt Aussagen über physikalische Vorgänge. So trägt etwa das Auftreten von Kavitation in Einspritzdüsen — nach Meinung von Fachleuten — wesentlich zur Kraftstoffzerstäubung und damit zur Verbrennung bei. Die Zusammenhänge zwischen Kavitation, Zerstäubung und Verbrennung sind aber derzeit noch unerforscht.

Die Bedeutung der Methode der Parameterabschätzung liegt darin, daß die Parameter aufgrund ihres dynamischen Charakters nicht im Stationärversuch ermittelt werden können. Man sucht

dabei jenen Parametersatz, mit dem vorhandene Meßdaten durch die Rechenergebnisse am besten approximiert werden.

Die vorliegende Arbeit konzentriert sich auf die Strömung in der Leitung und in der Einspritzdüse. Dabei wird zunächst eine Reihe von Experimenten und Rechnungen durchgeführt, anhand derer die Verlustcharakteristiken verschiedener Drosselgeometrien bzw. das Strömungsverhalten in der Einspritzleitung getrennt voneinander untersucht werden.

Im Anschluß daran wird eine Methode vorgestellt, mit der man die Ergebnisse aus den beiden Versuchsreihen miteinander in Verbindung bringen kann. Dabei sieht man, daß die Resultate sehr gut übereinstimmen, woraus eine Gesamtdarstellung des Strömungsverhaltens der Strecke Einspritzleitung - Düsenhalter - Düsenkammer - Einspritzdüse gewonnen wird.

Auf diese Weise kann man aus den Druckmessungen entlang der Einspritzleitung recht genau die Einspritzmenge errechnen. Bei dieser Rechnung muß die kinematische Viskosität des Mediums unbedingt berücksichtigt werden, wobei sich herausstellt, daß der aus den Druckmessungen entlang der Leitung identifizierte Wert hierfür herangezogen werden kann.

Weiters wird ein Weg gezeigt, anhand dessen man die Länge des Düsenhalters bestimmen kann.

Auch der genaue zeitliche Verlauf der Strömungsgeschwindigkeit in der Einspritzdüse ist mit dieser Methode grundsätzlich bestimmbar, wenn auch aufgrund von Modellvereinfachungen nicht hinreichend genau, um zu gesicherten Aussagen etwa über das Auftreten von Kavitation in den Spritzlöchern zu gelangen. Es gibt aber deutliche Hinweise darauf, wie man das Strömungsmodell in dieser Hinsicht verfeinern kann.

Die Parameterschätzung erfolgt in dieser Arbeit durch Minimieren der Abweichung des Rechenergebnisses von Meßdaten (Summe der Fehlerquadrate), die am Pumpenprüfstand gemessen wurden. Dazu wurde die Implementierung des Levenberg-Marquardt-Algorithmus aus der FORTRAN-Programmbibliothek MINPACK herangezogen, welches ein gebräuchliches Lösungsverfahren für nichtlineare Ausgleichsprobleme ist.

Für die Lösung des Partiellen Differentialgleichungssystems zur Berechnung der instationären Strömung in der Leitung wird ein spezielles Verfahren verwendet, das die analytische Lösung dieses Systems in sehr effizienter Weise approximiert. Anhand vergleichender Tests mit einem Standardverfahren (Charakteristikenmethode) wurde festgestellt, daß dieses Verfahren für die meisten auftretenden Problemstellungen hinreichend genau ist.

Weiters wurden einige Rechnungen anhand eines Finiten Differenzenverfahrens durchgeführt, mit der auch ein erweitertes Modell gerechnet werden kann (Godunov-Methode). Durch diese Rechnungen konnte unter anderem die Zulässigkeit einer Modellvereinfachung überprüft werden.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse beinhalten einerseits Erkenntnisse über die Natur der untersuchten Strömungsphänomene, andererseits haben sie auch zur Weiterentwicklung der physikalischen Modelle geführt. Dies ist ein Weg, der fortgesetzt werden kann, wozu an einigen Stellen konkrete Hinweise gegeben werden.

# Inhalt

---

<b>Kurzfassung</b>	<b>3</b>
<b>Inhalt</b>	<b>5</b>
<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>1. Drosselverluste (Mengenmethode)</b>	<b>9</b>
1.1 Physikalische Modellierung .....	9
1.2 Vorgangsweise der Identifikation.....	13
1.3 Identifikation der Strömung in Drosseln .....	15
1.3.1 Messung von Druck und Durchflußvolumen .....	15
1.3.2 Lochblende .....	16
1.3.3 Ringspalt .....	27
1.3.4 Einspritzdüse für direkteinspritzenden Dieselmotor .....	31
1.4 Zusammenfassung .....	34
<b>2. Instationäre Strömung in Leitungen</b>	<b>35</b>
2.1 Modellgleichungen .....	35
2.2 Lösungsmethoden .....	38
2.3 Testvergleiche .....	41
2.4 Identifikationsergebnisse .....	45
2.4.1 Erste Meßreihe .....	47
2.4.2 Zweite Meßreihe .....	50
2.4.3 Dritte Meßreihe .....	52
2.4.4 Vierte Meßreihe .....	54
2.5 Zusammenfassung .....	55
<b>3. Drosselverluste als Randbedingung</b>	<b>57</b>
3.1 Vorgangsweise und Motivation .....	57
3.2 Behandlung des Hohlraumvolumens .....	59
3.3 Einspritzdüse (Diesel) .....	60
3.4 Einspritzdüse (Dimethylether) .....	66
3.5 Ringspalt .....	69
3.6 Zusammenfassung .....	71
<b>4. Anwendung auf ein Einspritzsystem</b>	<b>73</b>
4.1 Modellierung und Vorgangsweise .....	73
4.2 Rechenergebnisse .....	77
<b>Literaturliste</b>	<b>79</b>



# Einleitung

---

Die hydraulischen und mechanischen Prozesse bei der Kraftstoffeinspritzung für direkteinspritzende Dieselmotoren müssen äußerst präzise ablaufen, da die Kraftstoffeinspritzung wesentlich zu einer kontrollierten Verbrennung beiträgt.

In der AVL LIST Ges.m.b.H. wurde deswegen ein Computerprogramm entwickelt, welches das Systemverhalten dieser instationären Vorgänge mittels eindimensionaler Modelle simuliert (siehe [1]).

Folgende Umstände gestalten diesen Vorgang schwierig:

- Die Systeme werden durch gekoppelte Gleichungssysteme beschrieben. Somit überlagern sich verschiedene Phänomene, und deren (z.B. aus Messungen bekannte) Wirkung kann nicht eindeutig einzelnen Parametern zugeordnet werden.
- Die Modellgleichungen unterliegen Vereinfachungen, deren quantitative Fehler im Ergebnis nicht bekannt sind. Unter Umständen werden solche Fehler durch veränderte Parameterwerte kompensiert, womit ihr Einfluß unbemerkt bleibt und die betreffenden Parameter falsch interpretiert werden.

Damit unterliegen die Ergebnisse nicht nur mehr oder weniger großen Unsicherheiten, sondern es treten auch technische Schwierigkeiten bei der Frage der optimalen Angleichung der Rechenergebnisse an die Meßdaten auf.

Deshalb wurde im Jahre 1990 seitens der Firma AVL (Dr. Herwig Ofner) das Institut für Mathematik an der Technischen Universität Graz (Prof. Dr. Karl Kunisch) kontaktiert und eine Zusammenarbeit angeregt. Begonnen wurde mit der Arbeit an einigen kleineren, in sich abgeschlossenen Problemstellungen (siehe [2]), wobei sich Schwachstellen in den bislang vorhandenen Modellen zur Berechnung der instationären Strömung in Rohrleitungen zeigten, die in der Folge verbessert wurden. Aufgrund dieser Vorarbeiten wurde schließlich 1991 mit dem Ziel, diese Modelle weiterzuentwickeln, mit dem Projekt begonnen, aus dem die vorliegende Dissertation entstanden ist.

Im ersten Kapitel wird eine Vorgangsweise entworfen, anhand derer man aufgrund von Meßdaten des lokalen Druckgefälles und der Durchflußmenge zu Informationen über die Verlustkennlinien verschiedenartiger Drosseln bei instationären Strömungsvorgängen gelangen kann. Die Modellierung erfolgt anhand der Bernoulli-Gleichung, welcher numerische Korrekturterme beigelegt werden.

Das zweite Kapitel behandelt die instationäre Strömung in der Einspritzleitung. Dafür wird von einem aus den Euler-Gleichungen abgeleiteten linearen partiellen Differentialgleichungssystem mit konstanten Koeffizienten ausgegangen. Zur Darstellung der Reibungsverluste wird ein spezieller Term verwendet, der die instationäre Reibungsvergrößerung berücksichtigt (siehe [3]). Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt unter anderem anhand eines sehr effizienten Algorithmus, der auf einer analytischen Lösung basiert (siehe [4]).

Im dritten Teil werden die Informationen über die Strömungsgeschwindigkeiten dazu genutzt, die Verlustbeiwerte am Ende der Leitung befindlicher Drosseln darzustellen. Es wird gezeigt, daß diese Darstellung entscheidend von den identifizierten Parametern des zweiten Modellteils bestimmt wird. Interessant ist dabei nicht zuletzt der Vergleich dieser Ergebnisse mit den Resultaten, die aus Rechnungen anhand des ersten Modellteils folgen.

Ein nicht zu unterschätzendes Ergebnis in diesem Zusammenhang ist die Ermittlung eines quantitativen Fehlers aufgrund einer Vereinfachung in den Modellgleichungen. Dadurch ergibt sich ein eindeutiger Hinweis darauf, in welcher Hinsicht die Modelle verbessert werden können und was von diesen Verbesserungen zu erwarten ist.

Im vierten Kapitel wird ein Weg vorgeschlagen, anhand dessen man aufgrund der gewonnenen Erkenntnisse das Verhalten des Gesamtsystems auch bei bewegter Nadel (= Drossel mit zeitlich veränderlicher Querschnittsfläche) berechnen kann.

An dieser Stelle dürfen die zahlreichen Anregungen durch Herrn Dr. Herwig Ofner von der Firma AVL List GmbH in Graz, der dieses Projekt begleitet und maßgeblich zu dessen Erfolg beigetragen hat, nicht unerwähnt bleiben. Weiters gilt mein Dank den Begutachtern dieser Arbeit, Herrn Dr. Karl Kunisch vom Fachbereich Mathematik der Technischen Universität Berlin und Herrn Dr. Theodor Sams vom Institut für Verbrennungskraftmaschinen der Technischen Universität Graz.

# Kapitel 1

## Drosselverluste (Mengenmethode)

---

### 1.1 Physikalische Modellierung

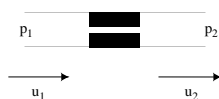
Der Begriff Drossel wird in dieser Arbeit nach einer gängigen Definition verstanden als eine Stelle, an der kinetische Energie in Reibungswärme umgewandelt wird. Bei eindimensionaler Darstellung stationärer Strömung wird zur Berechnung einer solchen Stelle die Bernoulli-Gleichung herangezogen, nach der entlang eines Stromfadens für den Druck  $p$  und die Strömungsgeschwindigkeit  $u$  gilt:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const.} \quad (1.1.1)$$

Diese Darstellung basiert auf den Annahmen der Reibungsfreiheit, der Vernachlässigbarkeit von Trägheitskräften und von äußeren Kräften (z.B. Schwerkraft) auf die Strömung. Um die Energieverluste an der Drosselstelle darzustellen, wird ein Faktor  $\zeta$  eingeführt, der sich auf eine spezifische kinetische Energie bezieht. Wenn man ferner davon ausgeht, daß die Dichte  $\rho$  konstant bleibt, erhält man

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + \zeta \cdot \frac{u_0^2}{2}. \quad (1.1.2)$$

Dabei sind  $p_1$ ,  $u_1$  und  $p_2$ ,  $u_2$  die Werte von Druck und Geschwindigkeit vor bzw. nach der Drossel:



**Abbildung 1.1.1** Darstellung zur Erläuterung der Notation.

Die Geschwindigkeit  $u_0$ , auf die sich der "Verlustbeiwert"  $\zeta$  bezieht, ist zumeist der Wert an der Stelle des kleinsten Strömungsquerschnittes.

Weiters wird angenommen, daß die spezifischen Energien  $u^2/2$  vor und nach der Drossel ungefähr gleich groß sind und deren Differenz im Vergleich zum Wert  $(p_1 - p_2)/\rho$  vernachlässigbar ist (dies gilt für fast alle Anwendungen von Drosseln in Diesel-Einspritzsystemen), womit man die Modell-

gleichung schreiben kann als:

$$|p_1 - p_2| = \frac{1}{2} \zeta \cdot \rho \cdot u_0^2. \quad (1.1.3)$$

Der Wert von  $\zeta$  hängt von der Geometrie der durchströmten Drossel, von Viskosität und von Turbulenzverlusten durch Impulsaustausch zwischen Flüssigkeitsteilchen ab. Es wird dabei die in der Hydraulik übliche Annahme getroffen, daß die Reibungswärme dem System laufend entzogen wird (die Temperatur des Mediums bleibt konstant).

In der Literatur findet man für  $\zeta$  verschiedene Darstellungsweisen (siehe etwa [5]). Die Strömungsverluste an Drosselstellen werden darin meist in analoger Weise modelliert wie jene in geraden Rohren, da sie ähnlichen prinzipiellen Gesetzmäßigkeiten unterliegen.

Für gerade Rohre wird  $\zeta$  in allen praktischen Anwendungsgebieten der Hydraulik dem folgenden Diagramm entnommen:

**Abbildung 1.1.2** Verlustbeiwert  $\zeta$  für gerade Rohre nach Prandtl-Colebrook

Nach Abbildung 1.1.2 ist  $\zeta$  proportional zum Verhältnis  $\ell/D_0$ :

$$\zeta = \lambda \cdot \frac{\ell}{D_0}, \quad (1.1.4)$$

wobei  $\ell$  die Länge des Rohres und  $D_0$  der Strömungsquerschnitt ist. Bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten verursacht ausschließlich die Viskosität des Mediums die Reibungsverluste. Hier ist der Wert  $\lambda$  proportional zur Reynoldszahl

$$Re = \frac{u_0 \cdot D_0}{\nu}, \quad (1.1.5)$$

wobei  $\nu$  die kinematische Viskosität des Mediums ist. Im geraden Rohr dominiert die viskose Reibung im Bereich  $Re \leq 2300$ , und es gilt:

$$\lambda = \frac{64}{Re}. \quad (1.1.6)$$

Gleichungen (1.1.5) und (1.1.6) eingesetzt in (1.1.3) ergeben das Gesetz von Hagen-Poiseuille.

Für Reynoldszahlen  $Re \geq 10^5$  ist  $\zeta$  von  $Re$  unabhängig und wird allein von der Wandrauigkeit  $\Delta$  bestimmt. Hier dominieren die Verluste infolge des turbulenten Impulsaustausches von Flüssigkeitsteilchen. Für “hydraulisch glatte” Rohre ( $\Delta/D_0 \ll 1$ ) gilt demnach

$$\zeta = \text{const.} \quad (1.1.7)$$

Den Übergangsbereich  $2300 < Re < 10^5$  beschreibt man durch “Mischterme”, etwa

$$\zeta = \zeta_0 + \lambda(Re) \frac{\ell}{D_0}, \quad (1.1.8)$$

wobei  $\lambda(Re)$  beispielsweise folgende Form besitzen kann (siehe [5]):

$$\lambda(Re) = \frac{a}{Re^B} + c. \quad (1.1.9)$$

Die beiden Gleichungen (1.1.8) und (1.1.9) sind nun auch für eine allgemeine Darstellung der Strömungsverluste der Drosselströmung besonders gut geeignet. Sie enthalten die Gleichungen (1.1.4) und (1.1.7) als Sonderfälle, und die Konstanten  $a$ ,  $B$  und  $c$  enthalten die Information über die Wandrauigkeit. Gleichung (1.1.9) in (1.1.8) eingesetzt ergibt

$$\zeta = \zeta_0 + \frac{\ell}{D_0} \left( \frac{a}{Re^B} + c \right). \quad (1.1.10)$$

Die für eine festgelegte Geometrie konstanten Werte  $\ell$ ,  $D_0$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $\zeta_0$  werden zusammengefaßt zu:

$$\zeta = \frac{A}{Re^B} + C \quad (1.1.11)$$

mit

$$A = a \frac{\ell}{D_0}$$

$$C = c \frac{\ell}{D_0} + \zeta_0.$$

Alle diese Modelle gelten nur, wenn in der Drossel reine Flüssigkeitsströmung vorherrschend ist ( $\varrho = \text{const}$ ). Doch manchmal treten in Drosseln lokal sehr hohe Strömungsgeschwindigkeiten auf, etwa beim Umströmen von scharfen Kanten, wodurch es zum Unterschreiten des Dampfdrucks und zur Bildung von Gasblasen (= Kavitation) kommt. In [6] sind kavitierende Strömungszustände in einer Glasdrossel abgebildet. Die Bildung von Gasblasen hat nur wenig Einfluß auf den Verlustbeiwert  $\zeta$ , solange diese nicht den gesamten Strömungsquerschnitt ausfüllen. Dann aber tritt eine deutliche Änderung ein:

**Abbildung 1.1.3** Kennlinien ( $p_1 = \text{const}$ ) des stationären Flusses durch eine Drossel am Eintritt der Düse nach [6].

Die in Abbildung 1.1.3 gezeigten Kennlinien korrelieren bis zu einem bestimmten Verhältnis  $(p_1 - p_2)/p_1$  sehr gut mit Formel (1.1.3). Dann aber wird die Verlustkennlinie vom Gegendruck  $p_2$  unabhängig. In [6] wird dieses Phänomen dem Auftreten von Kavitation zugeschrieben, und es wird dafür folgende Formel vorgeschlagen:

$$|p_1 - p_{dam}| = \frac{1}{2} \zeta_{kav} \cdot \varrho \cdot u_0^2. \quad (1.1.12)$$

Dabei ist  $p_{dam}$  der Dampfdruck des Mediums. Zur besseren Unterscheidung wird im folgenden der Wert  $\zeta$  aus (1.1.3) mit dem Symbol  $\zeta_{hyd}$  bezeichnet.

Im Übergangsbereich gelten sowohl Gleichung (1.1.3) als auch Gleichung (1.1.12). Durch deren Gleichsetzung erhält man

$$\left| \frac{p_1 - p_2}{p_1 - p_{dam}} \right| = \frac{\zeta_{hyd}}{\zeta_{kav}} =: \mathcal{K}_{lim}. \quad (1.1.13)$$

Zur Vereinfachung der Notation wird in [6] folgender ‘‘Kavitationsfaktor’’  $\mathcal{K}$  eingeführt:

$$\mathcal{K}(p_1, p_2) = \left| \frac{p_1 - p_2}{p_1 - p_{dam}} \right|. \quad (1.1.14)$$

Für  $\mathcal{K}(p_1, p_2) > \mathcal{K}_{lim}$  füllen Gasblasen den gesamten Drosselquerschnitt, und im Fall  $\mathcal{K}(p_1, p_2) < \mathcal{K}_{lim}$  kann es höchstens lokal zur Bildung von Gasblasen kommen.

Zusammengefaßt erhält man folgendes Modell für die stationäre Strömung in Drosseln:

$$|p_1 - p_2| = \frac{1}{2} \zeta_{hyd} \cdot \varrho \cdot u_0^2, \quad (1.1.15)$$

wobei  $\zeta_{hyd} = A/Re^B + C$ , und im Fall  $A/Re^B \ll C$  gilt:

$$\begin{aligned} |p_1 - p_2| &= \frac{1}{2} C \cdot \varrho \cdot u_0^2, \quad \text{wenn } \mathcal{K}(p_1, p_2) < \mathcal{K}_{lim} \\ |p_1 - p_{dam}| &= \frac{1}{2} \zeta_{kav} \cdot \varrho \cdot u_0^2, \quad \text{wenn } \mathcal{K}(p_1, p_2) > \mathcal{K}_{lim}. \end{aligned} \quad (1.1.16)$$

## 1.2 Vorgangsweise der Identifikation

Mit den im vorangegangenen Kapitel gezeigten Modellen kann man bei stationärer Strömung mittels Messung der Drücke (vor und nach der Drossel) und der Strömungsgeschwindigkeit den Verlustbeiwert und damit den Zustand der Strömung (laminar, turbulent, Kavitation) direkt bestimmen.

Wenn die Länge der Drosselstelle in Strömungsrichtung vernachlässigbar klein ist und reine Flüssigkeitsströmung vorliegt, ist die Anwendung der besprochenen Modelle auch für den instationären Fall zulässig. Dies wurde z.B. in [7] für die Strömung in einem Diesel-Einspritzsystem nachgewiesen.

Die für die Berechnung des Verlustbeiwertes erforderlichen Werte der instationären Strömungsgeschwindigkeit sind aber im allgemeinen nicht mit vertretbarem Aufwand meßbar. Es stehen daher nur folgende Daten zur Verfügung:

- die zeitlichen Druckverläufe  $p_1(t)$  und  $p_2(t)$  (Ausgangsdaten);
- die gesamte Durchflußmenge innerhalb eines bestimmten Zeitintervalls (Beobachtung).

Das Ziel der Untersuchungen zur Drosselströmung in dieser Arbeit besteht nun darin, anhand dieser Daten zu Aussagen über den Strömungszustand zu kommen. Die dazu angewandte Vorgehensweise wird als "Identifikation" bezeichnet.

Dabei ist als erstes eine Modellgleichung mit Parametern  $\gamma_j$  ( $j = 1, \dots, m$ ) zu bestimmen, mit der die unbekannte Strömungsgeschwindigkeit  $u_0$  aus den Ausgangsdaten berechnet werden kann.

$$u_0 = u_0(p_1(t), p_2(t), t, \gamma_1, \dots, \gamma_m)$$

Damit läßt sich zu jedem Parametersatz die entsprechende Durchflußmenge berechnen, und die Idee ist nun, denjenigen Parametersatz zu bestimmen, der für  $n$  Meßdatensätze die bestmögliche Übereinstimmung mit der tatsächlichen (gemessenen) Menge ergibt, wobei  $n > m$  sein muß. Als Vergleichskriterium zwischen Rechnung und Beobachtung dient folgendes Kostenfunktional ("sum of squares"):

$$ssq(\gamma_1, \dots, \gamma_m) = \sum_{i=1}^n \left( V_i - F_i \cdot \int_0^T u_0(p_1(t), p_2(t), t, \gamma_1, \dots, \gamma_m) dt \right)^2 \quad (1.2.1)$$

Die Parameter  $\gamma_j$  ( $j = 1, \dots, m$ ) sind etwa  $A, B, C$  aus den obigen Ansätzen, und  $V_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) ist die Beobachtung. Ferner sind  $T$  und  $F_i$  die Dauer des betrachteten Zeitabschnittes bzw. der Drosselquerschnitt beim  $i$ -ten Datensatz.

Das Minimum des Kostenfunktionals bestimmt man in der Regel am schnellsten mittels eines mathematischen Optimierungsverfahrens. In dieser Arbeit wird speziell ein Levenberg-Marquardt-Verfahren in der Implementierung von MINPACK (siehe [11]) verwendet. Wenn trotzdem an vielen Stellen die graphische Darstellung ein- oder zweidimensionaler Hyperebenen gezeigt wird, so geschieht dies zum Zweck der Veranschaulichung bestimmter Eigenschaften des Funktionals.

Wenn das dabei gefundene Ergebnis eindeutig (unabhängig von der Wahl des Startpunktes) ist, ist die Optimierungsaufgabe gelöst. Ein solche eindeutige Lösung bezeichnet man als globales Minimum.

Aber selbst die Existenz eines globalen Minimums bedeutet noch nicht, daß das verwendete Modell akzeptiert werden kann. Dazu sind noch weitere Kriterien zu erfüllen:

- (I1) Das Kostenfunktional muß in der Umgebung des Minimums in allen Richtungen etwa gleich deutlich ausgeprägt sein. Häufig gibt es sogenannte "Täler", die auf eine schlechte Konditionierung der Problemstellung hinweisen und eine Neumodellierung notwendig machen.
- (I2) Das Ergebnis der Minimierung muß gegenüber Meßfehlern stabil sein.
- (I3) Die  $n$  Residuen (die Komponenten des Vektors  $\langle V_i - F_i \int_0^T u_0(p_1(t), p_2(t), t, \gamma_1, \dots, \gamma_m) dt \rangle$ ,  $i = 1, \dots, n$ ) müssen um den Nullpunkt normalverteilt sein. Im speziellen dürfen sie keine Trends aufweisen.

Darüber hinaus dürfen natürlich auch keine *physikalischen Gesetzmäßigkeiten* verletzt werden (so würde etwa ein negativer Verlustbeiwert  $\zeta$  dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik widersprechen). Physikalisch unzulängliche Lösungen deuten meist darauf hin, daß das verwendete mathematische Modell die physikalischen Vorgänge nicht hinreichend genau beschreibt.

## 1.3 Identifikation der Strömung in Drosseln

In diesem Abschnitt wird die Durchführung von Messungen und die Identifikation der Strömung in folgenden Drosselgeometrien beschrieben:

- Lochblenden mit Durchmessern von  $0.3 - 0.7 \text{ mm}$ ;
- Ringspalte mit diametralen Spielen von  $5 - 15 \mu\text{m}$ ,  $4 \text{ mm}$  Außendurchmesser und  $5 - 20 \text{ mm}$  Länge; diese werden deswegen untersucht, da man damit sehr kleine hydraulische Durchmesser zur Verfügung hat, womit man Strömungen bei niedriger Reynoldszahl erzeugen kann (außerdem konnte damit eine Modellerweiterung von speziellen Einspritzdüsen, den RSN-Düsen von Stanadyne, unterstützt werden, siehe [8]);
- eine Einspritzdüse für direkteinspritzende Dieselmotoren mit fünf Spritzlöchern von jeweils  $0.18 \text{ mm}$  Durchmesser, da in diesen sehr hohe Strömungsgeschwindigkeiten zu erzielen sind und Gasblasenbildung durch Kavitation entsteht.

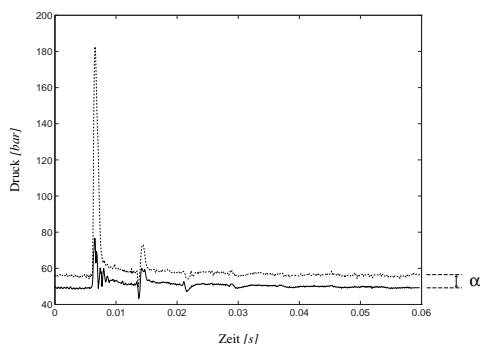
Für die Lochblenden stehen Datensätze zu 26 verschiedenen Betriebszuständen zur Verfügung, für Ringspalte zu 20 und für die Düse zu 18 Betriebszuständen.

Alle in dieser Arbeit untersuchten instationären Vorgänge verlaufen periodisch — entsprechend den Vorgängen in Verbrennungskraftmaschinen mit zyklischem Ladungswechsel. Aus diesem Grund liegen die Messungen zum Teil als Mittelwerte aus mehreren Zyklen vor. Da grundsätzlich darauf geachtet wurde, daß innerhalb der untersuchten Systeme keine zyklischen Schwankungen auftreten, ist es nicht von Bedeutung, ob Einzel- oder Mittelwertmessungen vorliegen, womit beide völlig gleich behandelt werden.

### 1.3.1 Messung von Druck und Durchflußvolumen

Die Messung der Durchflußmenge innerhalb eines bestimmten Zeitintervalls erfolgt mit Einspritzmengenindikatoren, die üblicherweise in Hydraulikprüfständen für Diesel-Einspritzpumpen integriert sind. In diesen werden durch die periodischen Kraftstoffeinspritzungen Hydraulikkolben verdrängt, die eingespritzten Volumina werden über Weggeber des Kolbens angezeigt. Meist werden Summierungen durchgeführt, d.h. es wird z.B. das eingespritzte Volumen von 50 Einspritzungen gemessen. Es können aber auch Einzeleinspritzungen, z.B. mit einem speziellen Meßgerät der Fa. BOSCH [9] gemessen werden.

Die Druckmessungen erfolgen mittels DMS-Druckaufnehmern [10]. In diesen hat die mechanische Verformung durch die Druckänderung die Änderung eines elektrischen Widerstandes im Dehnmeßstreifen (= DMS) und damit eines Spannungssignals zur Folge. Diese Änderung des Spannungssignals wird in bezug auf den Druck kalibriert. Werden in einem System mehrere DMS-Druckaufnehmer verwendet, so ist das Eichen auf exakt gleiche Absolutdruckniveaus problematisch. Deshalb wird ein Gebersignal als Referenzdruck definiert (= definierter Standdruck). Die Standdruckabweichungen aller anderen Druckaufnehmer in bezug auf den definierten Referenzdruck werden mit  $\alpha_i$  bezeichnet:



**Abbildung 1.3.1** *Niveaunterschied  $\alpha$  der gemessenen Drucksignale am Drosseleinlaß und -ausgang.*

Der Wert von  $\alpha$  wird im Zuge der Rechnung geschätzt, wonach die Daten auf annähernd gleiches Niveau gebracht werden können. Meist ist dies aber nicht hinreichend genau, weil die Drucksignale von Störungen (Rauschen) überlagert sind. Üblicherweise behilft man sich in diesem Fall damit, in die Rechnung nur ein kleines Zeitintervall, das die eigentliche Information beinhaltet, einzubeziehen. Da man dazu aber alle Daten von Hand sichten muß, wird in dieser Arbeit eine Alternative vorgeschlagen. Dabei wird  $\alpha$  durch folgende Modifikation der Druckdifferenz im Modell berücksichtigt:

$$\Delta p(t, \alpha) = p_1(t) - p_2(t) + \alpha. \quad (1.3.1)$$

Im folgenden wird  $\alpha$  als “Gleichstellung” oder “Gleichstellungsfehler” bezeichnet und als eigenständiger Modellparameter behandelt.

### 1.3.2 Lochblende

Im vorliegenden Abschnitt wird ein Modell für die Berechnung der instationären Strömung in Lochblenden entwickelt. Als Ausgangspunkt wird ein sehr einfacher Ansatz gewählt. Dann wird mittels der Vorgangsweise aus Abschnitt 1.2 gezeigt, daß dieses Modell erweitert werden muß,

wonach ein schrittweiser Ausbau zu einer numerisch befriedigenden und physikalisch plausiblen Lösung führt.

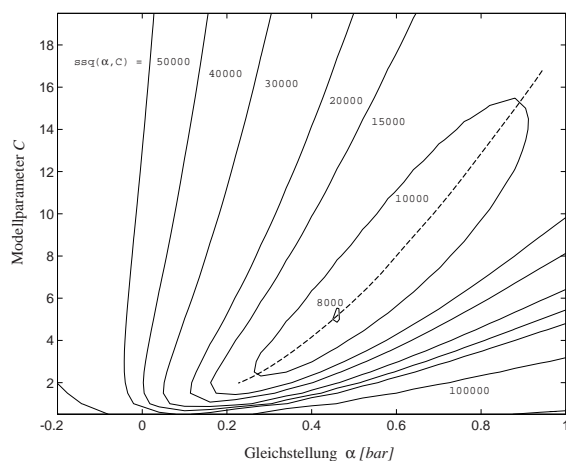
Den Ausgangspunkt bildet der Ansatz  $\zeta = C$ , also nach (1.1.3) und (1.3.1)

$$|\Delta p(t, \alpha)| = \frac{1}{2} C \cdot \rho \cdot u_0^2(t) \quad (1.3.2)$$

Damit ist folgende Formel für die Strömungsgeschwindigkeit in (1.2.1) einzusetzen:

$$u_0(p_1(t), p_2(t), t, \alpha, C) = \text{sign}(\Delta p(t, \alpha)) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot |\Delta p(t, \alpha)|}{C \cdot \rho}} \quad (1.3.3)$$

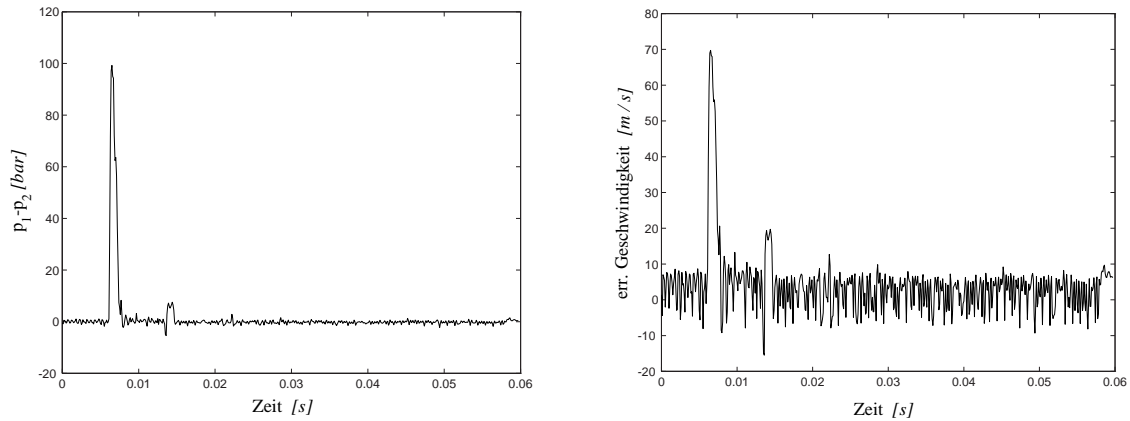
Die Parameter dieses Modells sind  $C (= \zeta)$  und  $\alpha$ . Diese sind so zu bestimmen, daß die daraus errechneten Durchflußvolumina möglichst gut mit den gemessenen Werten übereinstimmen. Man minimiert das Kostenfunktional  $ssq(\alpha, C)$  nach Formel (1.2.1) über alle 26 Datensätze und findet das globale Minimum  $(\alpha, C) = (0.45, 5)$ :



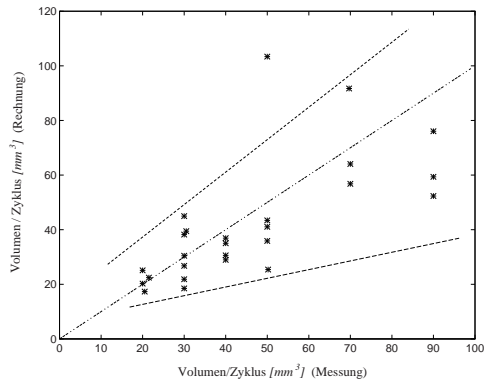
**Abbildung 1.3.2** *sum-of-squares  $ssq(\alpha, C)$  über 26 Datensätze nach Formel (1.2.1) unter Verwendung des Modells (1.3.3). Dabei ist  $\alpha$  die Gleichstellung (siehe (1.3.1)) der Drucksignale und  $C$  der Verlustbeiwert.*

Überprüft man dieses Ergebnis mit den in Abschnitt 1.2 aufgestellten Kriterien, so ist folgendes festzustellen: in Abbildung 1.3.2 sieht man, daß das Kriterium (II) nicht erfüllt ist. Für die Parameter existieren Wertepaare (etwa  $(\alpha, C) = (0.7, 11)$ ), die sehr weit vom Minimum entfernt sind, und trotzdem ist die Abweichung des Rechenergebnisses von der Beobachtung nicht signifikant größer als im Minimum von  $ssq(\alpha, C)$ . Diese Wertepaare bilden ein "Tal", welches in Abbildung 1.3.2 als strichlierte Linie eingezeichnet ist.

Das liegt daran, daß das Modell die Druckspitzen, also die eigentliche Information, unterbewertet, womit kleine Druckdifferenzen das Kostenfunktional in sehr hohem Maße beeinflussen:



**Abbildung 1.3.3** *Eines der verwendeten Differenzdrucksignale (Lochblende mit Durchmesser 0.7 mm und 30 mm<sup>2</sup> Durchfluß im angegebenen Zeitintervall) und die mittels (1.3.3) mit  $\alpha = 0.45$  bar und  $C = 5$  errechnete Strömungsgeschwindigkeit  $u_0$  in der Drossel.*



**Abbildung 1.3.4** *Gemessene und nach Modell (1.3.3) mit den identifizierten Werten  $\alpha = 0.45$  und  $C = 5$  gerechnete Volumina pro Zyklus der einzelnen Datensätze.*

Abbildung 1.3.4 zeigt, daß auch das dritte Kriterium (I3) nicht erfüllt ist. Die Residuen, d.h. die Differenzen zwischen den gemessenen und errechneten Volumina der einzelnen Datensätze, weichen von der Solllinie ab. Für Meßdatensätze mit kleinen Volumina/Zyklusdauer werden, relativ gesehen, zu hohe Durchflußraten berechnet.

Da somit die Identifikation keine zufriedenstellenden Ergebnisse liefert, muß das Modell modifiziert werden. Um den Beitrag aus kleinen Druckdifferenzen verringern zu können, wird der Ansatz  $\zeta = C$  durch die Darstellung (1.1.11) ersetzt, womit das Modell (1.3.2) erweitert wird zu

$$|\Delta p(t, \alpha)| = \frac{1}{2} \left( \frac{A}{Re^B} + C \right) \cdot \varrho \cdot u_0^2(t). \quad (1.3.4)$$

In diesem Ansatz stellt nach wie vor der Parameter  $C$  den eigentlichen Verlustkoeffizienten dar, die Parameter  $A$  und  $B$  steuern den Einfluß der kleinen Druckdifferenzen. Wie sich herausstellen wird, werden für  $A$  und  $B$  sehr große Werte identifiziert, womit genau diejenigen Werte, die man gewöhnlich beim Sichten der Daten entfernt, automatisch mit so hohen Verlustkoeffizienten beaufschlagt werden, daß sie keinen Einfluß mehr auf die Rechnung haben können. Der Verlustbeiwert besteht deswegen aus einem physikalischen Parameter  $C$  und einem numerischen Korrekturterm  $\zeta_{reg}$ , und man schreibt

$$\zeta = C + \zeta_{reg}.$$

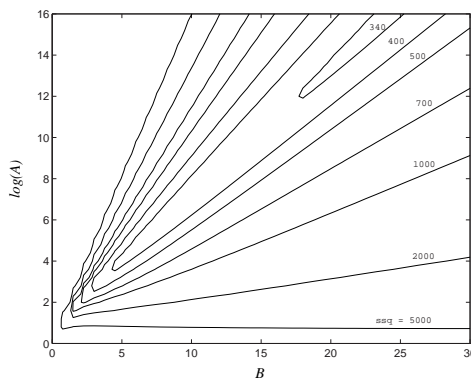
Die Größe von  $\zeta_{reg}$  sollte aber nicht vom Durchmesser der Leitung beeinflusst werden, weswegen der Zusatzterm besser durch eine vom Druck — und nicht von der Reynoldszahl wie in (1.3.4) — abhängige Funktion beschrieben wird, also

$$\zeta_{reg} = \frac{A}{|\Delta p(t, \alpha)|^B}. \quad (1.3.5)$$

Dies bringt zusätzlich den Vorteil, daß man die Modellgleichung weiterhin explizit schreiben kann als

$$u_0(p_1(t), p_2(t), t, \alpha, A, B, C) = \text{sign}(\Delta p(t, \alpha)) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot |\Delta p(t, \alpha)|^{B+1}}{\varrho \cdot (A + C \cdot |\Delta p(t, \alpha)|^B)}}, \quad (1.3.6)$$

womit ein 4-Parameter-Minimum zu bestimmen ist. Es gibt aber kein globales Minimum, denn für feste  $\alpha$  und  $C$  sieht die 2-Parameter-Hyperebene des zu minimierenden Funktional  $ssq(A, B)$  so aus:



**Abbildung 1.3.5** *sum-of-squares-Funktion (ssq) nach Modell (1.3.6) für die beiden Parameter  $A$  und  $B$  bei  $\alpha = 0.35$  und  $C = 1.2$ .*

Hier ist wiederum die Bedingung (I1) aus Abschnitt 1.2 verletzt. Man erkennt eine lineare Abhängigkeit zwischen  $B$  und dem Logarithmus von  $A$ .

Außerdem bringt der Korrekturterm  $\zeta_{reg}$  nach (1.3.5) auch Skalierungsprobleme (man beachte die logarithmische Skala in Abbildung 1.3.5), weswegen man ihn geschickter als

$$\zeta_{reg} = \left( \frac{\tilde{A}}{|p_1 - p_2|} \right)^B \quad (1.3.7)$$

formuliert. Bei der Berechnung von  $u_0$  ist damit in (1.3.6)  $A$  durch  $\tilde{A}^B$  zu ersetzen, also

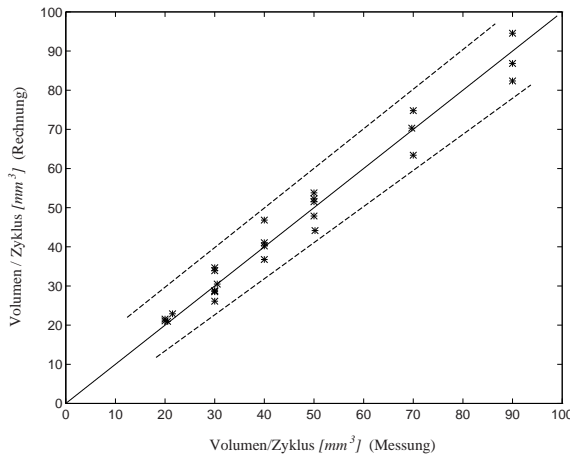
$$u_0(p_1(t), p_2(t), t, \alpha, \tilde{A}, B, C) = \text{sign}(\Delta p(t, \alpha)) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot |\Delta p(t, \alpha)|^{B+1}}{\varrho \cdot (\tilde{A}^B + C \cdot |\Delta p(t, \alpha)|^B)}}. \quad (1.3.8)$$

Die lineare Abhängigkeit zwischen  $A$  und  $B$  bleibt damit natürlich erhalten, weshalb man einen der beiden Parameter fest wählen muß. Dies ist aber nur dann zulässig, wenn der identifizierte Wert des physikalischen Parameters von dieser Wahl nicht beeinflusst wird. Die folgende Tabelle zeigt nun die globalen 2-Parameter-Minima  $(\tilde{A}^*, C^*)$  bei verschiedenen, jeweils konstant gehaltenen, Gleichstellungen  $\alpha$  und drei verschieden großen Vorgaben für  $B$ .

$B$	$\alpha$ [bar]	$\tilde{A}^*$	$C^*$	ssq
5	0	6.8	1.12	386
5	0.5	6.9	1.21	379
5	1	8.6	1.24	392
5	2	14.4	1.18	448
10	0	4.8	1.17	363
10	0.5	5.2	1.23	353
10	1	5.8	1.26	352
10	2	7.2	1.35	360
15	0	4.4	1.17	351
15	0.5	4.8	1.23	340
15	1	5.4	1.27	339
15	2	6.6	1.33	343

**Tabelle 1.3.1** Identifizierte Werte für  $\tilde{A}$  und Verlustbeiwert  $C$  in der Rechnung nach (1.3.8) unter verschiedenen Vorgaben für den Gleichstellungsfehler  $\alpha$  und den Parameter  $B$ .

In Tabelle 1.3.1 sieht man, daß das Ergebnis für den physikalischen Parameter  $C$  unabhängig von der Wahl von  $\alpha$  und  $B$  ist, wenn man nur  $B$  “hinreichend groß” wählt (es genügt offenbar  $B > 5$ ). Gleichzeitig ist damit die Bedingung (I2) für den Parameter  $C$  in bezug auf  $\alpha$  erfüllt.



**Abbildung 1.3.6** Gemessene und gerechnete Volumina pro Zyklus für die Rechnung nach (1.3.8) mit den für  $B = 15$  und  $\alpha = 0.5$  identifizierten Werten  $\tilde{A} = 4.8$  und  $C = 1.23$  (vgl. Abbildung 1.3.4).

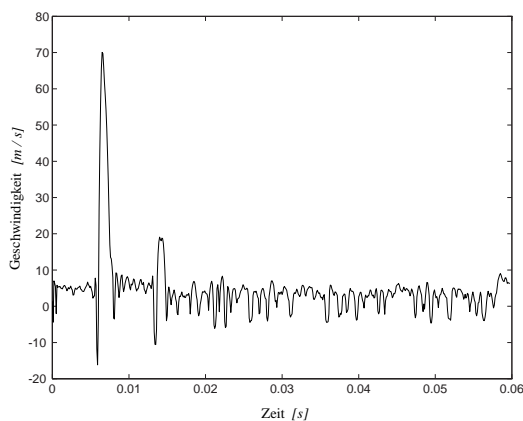
In Abbildung 1.3.6 sieht man, daß die Residuen frei von Trends sind, womit das Kriterium (I3) erfüllt ist. Und dies gilt auch für die übrigen Parameterkombinationen in Tabelle 1.3.1.

Betreffend die Bedingung (I2) ist noch zu untersuchen, ob das Rauschen in den Meßdaten ein Unsicherheitsfaktor für die Identifikation ist. Da die Beobachtung ein Integral ist, sollte dies nicht der Fall sein. Trotzdem wird im folgenden der gesamte Vorgang der Identifikation mit geglätteten Daten wiederholt, um zu sehen, ob sich dadurch am Term  $\zeta_{reg}$  quantitativ etwas ändert.

Zur Glättung verwendet man am einfachsten ein “moving average”-Fenster, d.h. die diskreten Druckdifferenzen  $\Delta p_i$  werden ersetzt durch

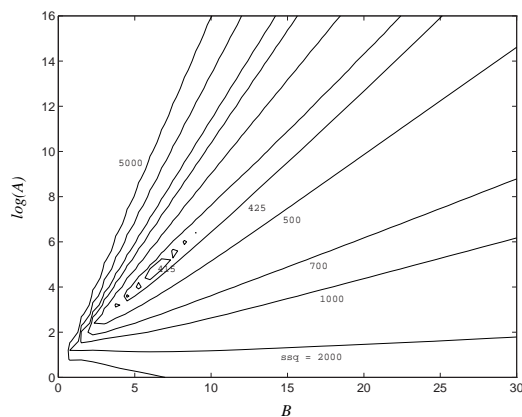
$$\Delta \tilde{p}_i = \sum_{k=i-m}^{i+m} c_k \Delta p_k, \quad \text{wobei} \quad \sum_{k=i-m}^{i+m} c_k = 1. \quad (1.3.9)$$

Die Koeffizienten  $c_k$  bildet man z.B. nach einer Methode von Savitzky und Golay (siehe [12], [13]). Dabei wird den Stützpunkten der Wert eines Ausgleichspolynoms frei wählbarer Ordnung durch die  $2m + 1$  Nachbarpunkte zugewiesen. Im konkreten Fall ergeben die Ordnung  $n = 6$  und die Breite  $m = 6$  gute Glättungseigenschaften. Die berechnete Geschwindigkeit im Beispiel-Datensatz für  $(\alpha^*, C^*) = (0.45, 5)$  und ohne  $\zeta_{reg}$  sieht dann so aus:



**Abbildung 1.3.7** Diese Strömungsgeschwindigkeit wurde aus denselben Daten und mit demselben Modell berechnet wie die in Abbildung 1.3.3 abgebildete, nur wurden in diesem Fall die Ausgangsdaten erst durch (1.3.9) mit  $n = 6$  und  $m = 6$  geglättet.

Die Anzahl der vorhandenen Meßpunkte gestattet keine Erhöhung der “Breite”  $n$  des Filters, also keine weitere Glättung des Signals. Die Rechnung nach (1.3.5) auf der Basis von mit  $m = n = 6$  geglätteten Daten ergibt nun für festes  $\alpha$  und  $C$  ebenso wie bei der Rechnung mit Rohdaten einen logarithmischen Zusammenhang zwischen  $A$  und  $B$ :



**Abbildung 1.3.8** sum-of-squares (ssq) für die Parameter  $A$  und  $B$  aus (1.3.6) ( $\alpha = 0.35$  und  $C = 1.2$ ) bei Rechnung mit durch Formel (1.3.9) mit  $n = 6$  und  $m = 6$  geglätteten Daten (vgl. Abbildung 1.3.5).

Im Unterschied zur Abbildung 1.3.5 erkennt man in Abbildung 1.3.8 zwar ein globales Minimum, aber das Ergebnis für  $C$  in der Rechnung nach Formel (1.3.8) unterscheidet sich kaum von dem in Tabelle 1.3.1:

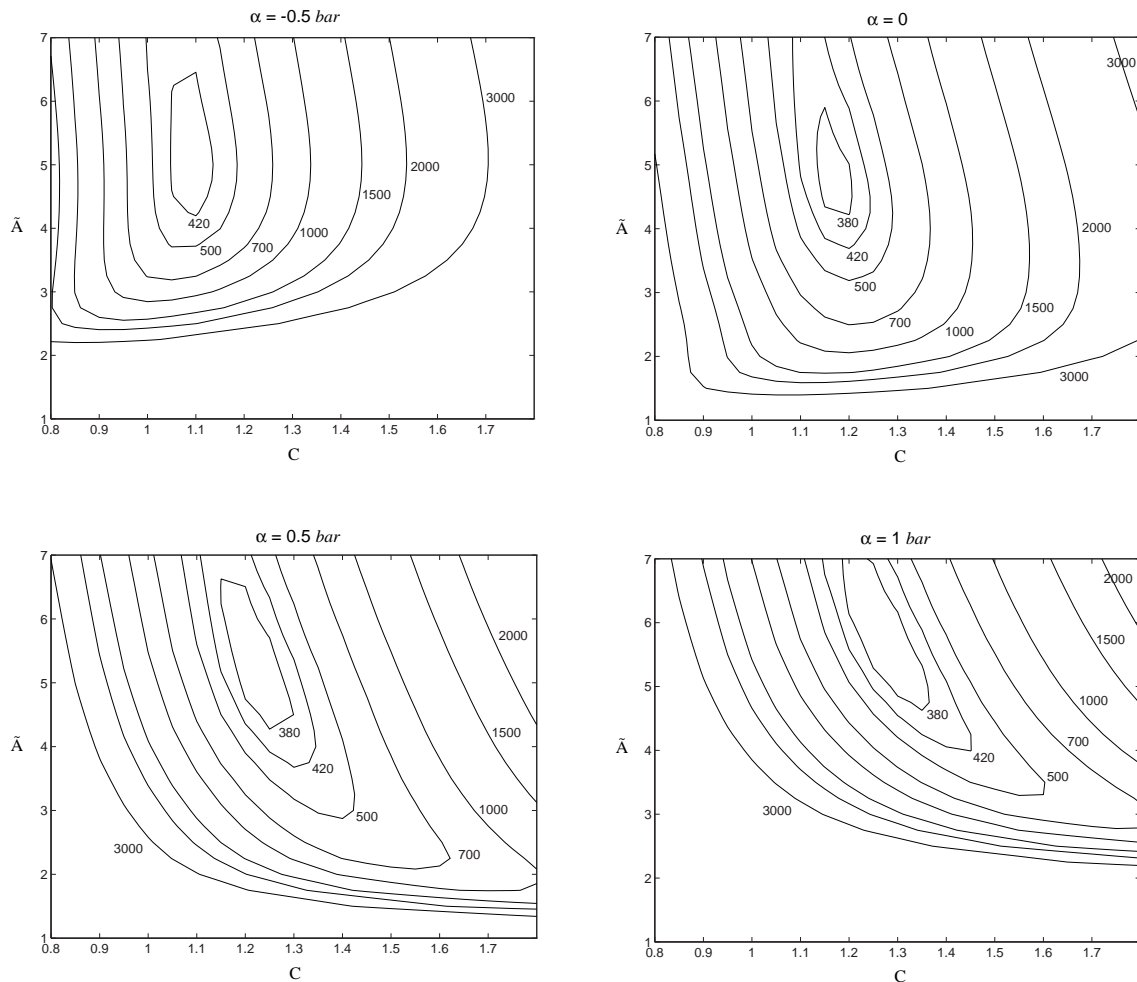
$B$	$\alpha$ [bar]	$\tilde{A}^*$	$C^*$	$ssq$
5	0	6.0	1.14	408
5	0.5	6.8	1.2	412
5	1	8.4	1.23	430
5	2	13.4	1.21	506
10	0	4.4	1.18	417
10	0.5	5.2	1.21	416
10	1	6.0	1.24	421
10	2	8.6	1.24	422
15	0	4.4	1.18	419
15	0.5	5.0	1.21	419
15	1	5.6	1.24	425
15	2	7.9	1.24	426

**Tabelle 1.3.2** *Identifizierte Werte für  $\tilde{A}$  und  $C$  mit geglätteten Daten, aber sonst unter den gleichen Vorgaben wie in Tabelle 1.3.1.*

Damit ist gezeigt, daß die Bedingung (I2) in bezug auf das Rauschen in den Meßdaten erfüllt ist.

Die Parameter der verbleibenden sum-of-squares-Funktion  $ssq(\tilde{A}, C)$  sind noch auf die Bedingung (I1) hin zu überprüfen.

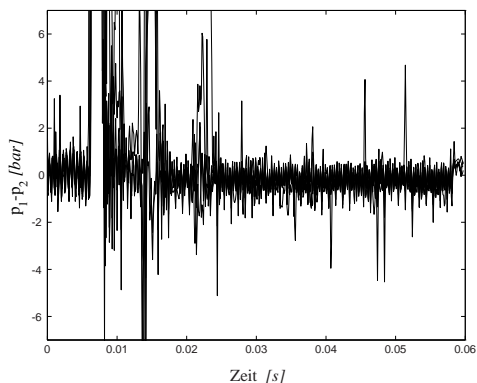
Dazu wird im folgenden  $B = 10$  gewählt und die sum-of-squares-Funktion für verschiedene Werte von  $\alpha$  dargestellt:



**Abbildung 1.3.9** *sum-of-squares-Funktionen  $ssq(\tilde{A}, C)$  über 26 Datensätze nach Modell (1.3.8) für  $B = 10$  und verschiedene Gleichstellungen  $\alpha$ .*

Die globalen Minima in Abbildung 1.3.9 sind schon aus Tabelle 1.3.1 bekannt. Darüber hinaus sieht man hier aber, daß die Optimierungsaufgabe für  $ssq(C, \tilde{A})$  zwar eindeutig lösbar, aber schlecht konditioniert ist (Verletzung des Kriteriums I1). Bei geringem Gleichstellungsfehler  $\alpha$  kann man dieses Problem umgehen, indem man einfach  $\tilde{A}$  hinreichend groß wählt und dann die verbleibende, eindimensionale sum-of-squares-Funktion  $ssq(C)$  minimiert. Bei größerem Gleichstellungsfehler  $\alpha$  führt eine solche Vorgangsweise aber nicht mehr zu eindeutigen Resultaten (siehe die  $ssq$ -Funktionen für  $\alpha = 0.5$  und  $\alpha = 1$  in Abbildung 1.3.9).

Aus diesem Grund sind die Ausgangsdaten a priori hinreichend genau zu kalibrieren. Die folgende Darstellung zeigt, daß dies im vorliegenden Fall ohne Schwierigkeiten möglich ist:

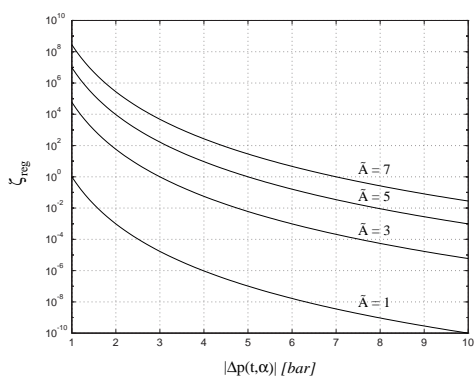


**Abbildung 1.3.10** *Rauschen in den gemessenen Ausgangsdaten, gezeigt an den Druckdifferenzen aller Datensätze, die hier übereinander geplottet sind.*

Aus Abbildung 1.3.10 ersieht man, daß die Meßdaten einer Streuung im Bereich von  $\pm 1$  bar unterliegen, womit ein Gleichstellungsfehler dieser Größenordnung sicherlich schon bei der Datenaufbereitung korrigiert werden kann.

Damit ist es in diesem Fall möglich, auch den Parameter  $\tilde{A}$  a priori festzulegen, und zwar so, daß er den in Abbildung 1.3.10 gezeigten Wertebereich aus der Rechnung ausklammert.

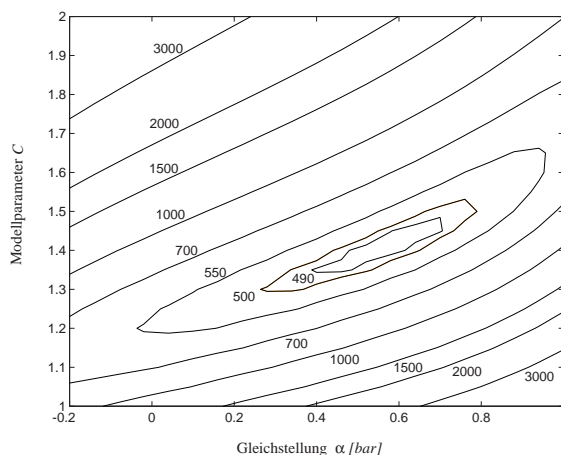
Dies geschieht am besten anhand eines Diagramms, das die Korrekturfunktion  $\zeta_{reg}$  darstellt. Für  $B = 10$  sieht das folgendermaßen aus:



**Abbildung 1.3.11** *Werte des Terms  $\zeta_{reg}$  nach Formel (1.3.8) für  $B = 10$  und verschiedene Werte von  $\tilde{A}$  in Abhängigkeit von der gleichgestellten absoluten Druckdifferenz nach Formel (1.3.1).*

Nach Abbildung 1.3.10 und Abbildung 1.3.11 ist etwa die Wahl  $\tilde{A} = 3$  sinnvoll, denn damit steigt der Term  $\zeta_{reg}$  für eine Druckdifferenz von 1 bar auf eine Größenordnung von  $10^5$ . Andererseits hat er bei Druckdifferenzen ab etwa 4 bar gar keinen Anteil mehr am Verlustbeiwert.

Das Ergebnis der Identifikation (= globale Minima in Abbildung 1.3.9) für  $C$  ist in diesem Fall auch sehr stabil gegen den Gleichstellungsfehler:



**Abbildung 1.3.12** *sum-of-squares  $ssq(\alpha, C)$  über 26 Datensätze nach Formel (1.2.1) unter Verwendung des Modells (1.3.8) bei fester Wahl  $B = 10$  und  $\tilde{A} = 3$  (man vergleiche Abbildung 1.3.2 unter Beachtung der Skalierung des Modellparameters).*

Am Schluß dieses Abschnittes soll der identifizierte Verlustbeiwert in Hinblick auf seine physikalische Plausibilität diskutiert werden.

Die Verluste in den vorliegenden Drosselblenden setzen sich zusammen aus dem Einströmverlust an der Querschnittskontraktion, der Wandreibung während der Strömung in der Bohrung und dem Stoßverlust, i.e. in diesem Fall die plötzliche Querschnittserweiterung.

Mit einer kinematischen Zähigkeit von  $2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (Dieselkraftstoff) erhält man nach Gleichung (1.1.5) für das in Abbildung 1.3.3 dargestellte Beispiel Reynoldszahlen in der Größenordnung von  $10^4$ . Für diesen Reynoldszahlbereich findet man in der Literatur (z.B. [5]) folgende gemessene Verlustbeiwerte  $\zeta$  bei stationärer Strömung:

Einströmverlust	$\zeta_{ein}$	$\approx 0.45$
Reibung in der Bohrung	$\zeta_{Reibung}$	$\approx 0$
Stoßverlust (nach CARNOT)	$\zeta_{Carnot}$	$\approx 1$
<hr/>		
Summe	$\zeta_{Drossel}$	$\approx 1.45$

Die durch die Identifikation aus instationären Messungen erhaltenen Werte für  $C$  von 1.2 bis 1.6

(Abbildung 1.3.12) sind daher auch physikalisch plausibel. Damit ist der Verlustbeiwert in seiner Größenordnung identifiziert. Bemerkenswert für die physikalische Interpretation des Ergebnisses ist außerdem, daß die *laminare Strömung* in diesem Fall keinen Anteil liefert. Die errechneten Parameter  $A$  und  $B$  sind dafür viel zu groß.

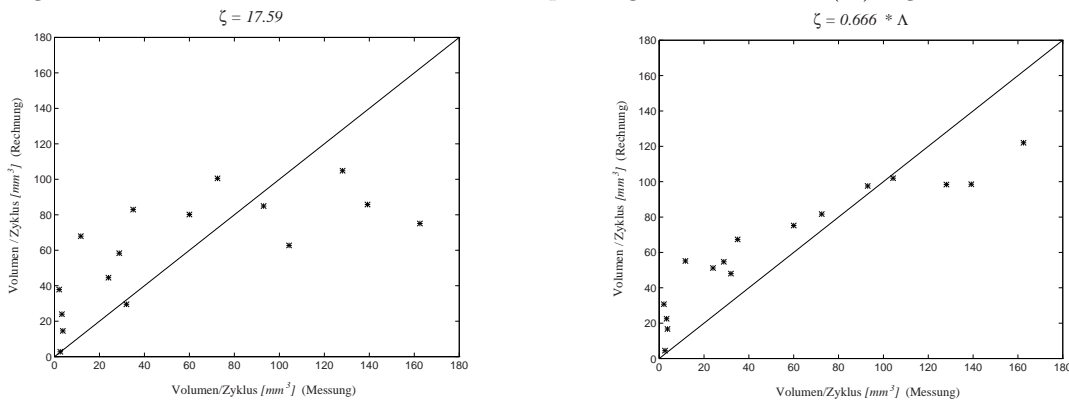
### 1.3.3 Ringspalt

In diesem Abschnitt wird die Methode der schrittweisen Erweiterung eines elementaren Ansatzes auf Meßdaten an ringförmigen Drosseln mit sehr kleinen Spaltbreiten und damit sehr niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten angewandt. Es wird nachgewiesen, daß der Verlustbeiwert von einem Geometrieparameter und der Reynoldszahl abhängt, wie es für laminare Strömung charakteristisch ist. Auch die Größenordnung dieses Verlustbeiwertes wird angegeben.

Den Ausgangspunkt bilden die beiden Modelle  $\zeta = c$  und  $\zeta = c \cdot \Lambda$ , wobei (siehe Abschnitt 1.1)

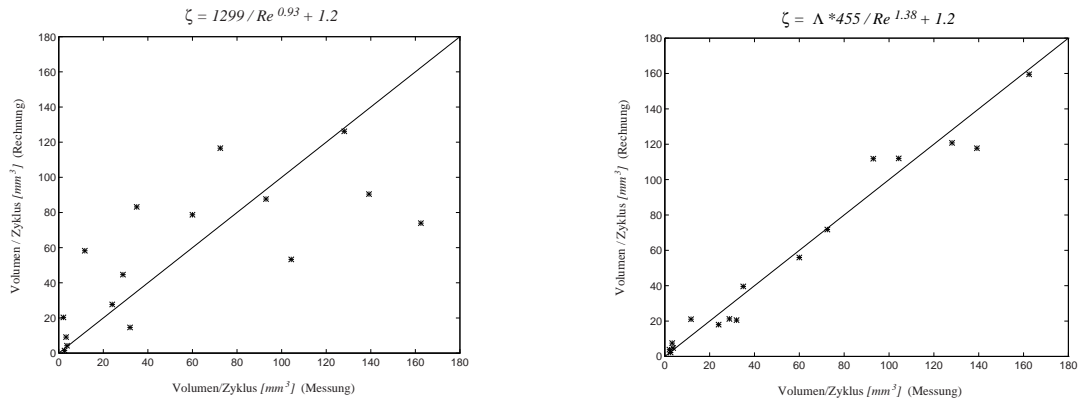
$$\Lambda = \frac{\ell}{D_0}.$$

Die Minimierung der Funktion  $ssq(c)$  nach der Formel (1.2.1) bringt in diesen beiden Fällen die Ergebnisse  $c = 17.59$  bzw.  $c = 0.666$ . Die Überprüfung des Kriteriums (I3) ergibt:



**Abbildung 1.3.13** Fehlervektoren der Ergebnisse der  $ssq$ -Minimierung für von der Reynoldszahl unabhängige Modelle (links  $\zeta = c$ , rechts  $\zeta = c \cdot \Lambda$ ).

In Abbildung 1.3.13 sieht man, daß die Hereinnahme des Geometrieparameters die Streubreite verringert. Es bleibt aber ein von der Solllinie abweichender Trend. Diesen kann man durch eine Modellerweiterung korrigieren, und zwar durch die Darstellungen  $\zeta = \zeta_0 + a/Re^B$  bzw.  $\zeta = \zeta_0 + \Lambda \cdot a/Re^B$ , vorläufig mit  $\zeta_0 = 1.2$ . Damit sind Funktionen  $ssq(a, B)$  zu minimieren. Die Residuen der Lösungen  $(a, B) = (1299, 0.93)$  bzw.  $(a, B) = (455, 1.38)$  sehen dann so aus:



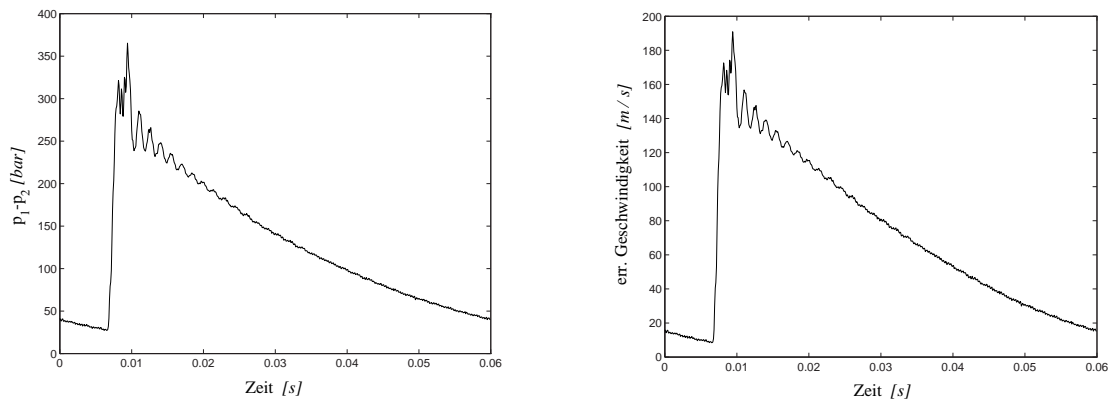
**Abbildung 1.3.14** Fehlervektoren nach Aufnahme eines von der Reynoldszahl abhängigen Terms in das Modell, rechts wieder mit Einbezug des Geometrieparameters  $\Lambda$ .

In Abbildung 1.3.14 sieht man, daß die Formel

$$\zeta = \Lambda \cdot \frac{a}{Re^B} + \zeta_0 \quad (1.3.10)$$

den Zusammenhang zwischen Druck und Geschwindigkeit am besten darstellt. Das bedeutet, daß der Verlustbeiwert von der Reynoldszahl und vom Geometrieparameter  $\Lambda$  abhängt.

Gleichstellungsfehler fallen hier kaum ins Gewicht, was in der Form der Ausgangssignale begründet ist:



**Abbildung 1.3.15** Eines der verwendeten Differenzdrucksignale und die mittels der Formel  $\zeta = \Lambda \cdot 455 / Re^{1.38} + 1.2$  errechnete Strömungsgeschwindigkeit  $u_0$  im Ringspalt.

Dabei ist in Abbildung 1.3.15 der *gesamte Zyklus* dargestellt. Es sind also keine nicht signifikanten Daten vorhanden (siehe dazu Abbildung 1.3.3), womit das Kriterium (I2) sicher erfüllt ist.

Es bleibt demnach nur noch das Kriterium (I1) zu überprüfen. Im Fall  $\zeta_0 = 1.2$  sieht die sum-of-squares-Funktion  $ssq(a,B)$  nach Formel (1.2.1) so aus:

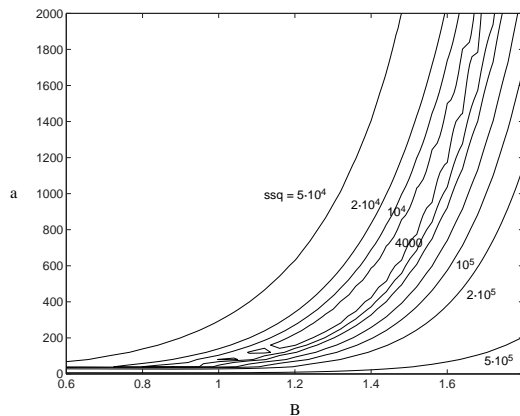


Abbildung 1.3.16 *sum-of-squares*  $ssq(a,B)$  für (1.3.10) mit  $\zeta_0 = 1.2$ .

In Abbildung 1.3.16 ist das globale Minimum nur sehr schwach ausgeprägt, denn da die vorhandenen Informationen Integrale sind, können höhere Verluste bei kleineren Reynoldszahlen durch niedrigere Verluste bei großen Reynoldszahlen kompensiert werden.

Außerdem hat die Belegung von  $\zeta_0$  einen Einfluß auf die Größe der Parameter. So ergibt die Vorgabe  $\zeta_0 = 0$ :

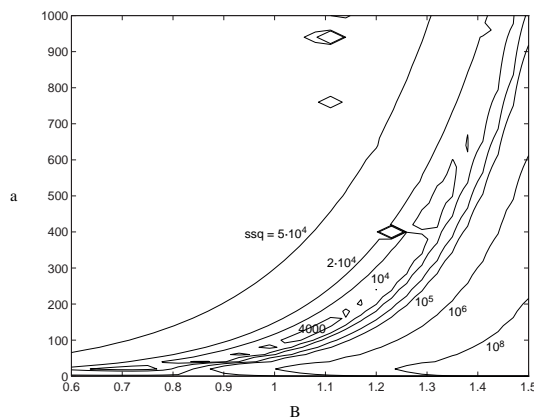
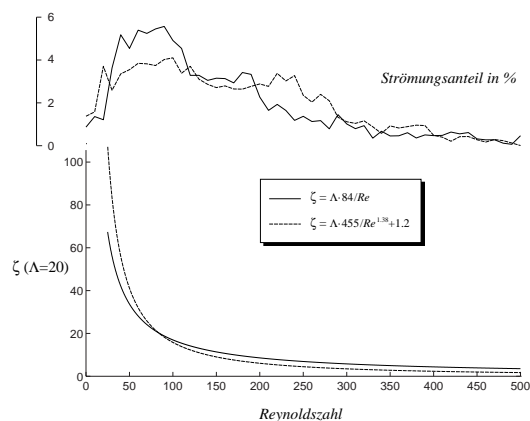


Abbildung 1.3.17 *sum-of-squares*  $ssq(a,B)$  für (1.3.10) mit  $\zeta_0 = 0$ .

Das globale Minimum liegt hier bei  $B \approx 1$ , was dem Gesetz von Hagen-Poiseuille entsprechen würde. Die  $ssq$ -Minimierung führt dann auf  $a \approx 84$ . Das folgende Diagramm stellt diesen Verlustbeiwert dem vorher identifizierten gegenüber:



**Abbildung 1.3.18** Vergleich der identifizierten Verlustbeiwerte bei unterschiedlicher Vorgabe von  $\zeta_0$ . Der gezeigte Anteil verschiedener Reynoldszahlbereiche am errechneten Durchfluß ist an 50 Stützpunkten für eine Umgebung von jeweils  $\pm 5 Re$  aufgetragen.

Die beiden in Abbildung 1.3.18 gezeigten Verläufe für den Verlustbeiwert sind doch recht unterschiedlich. In ihrer Größenordnung stimmen sie aber mit den in [7] gezeigten Ergebnissen aus einer Simulation sehr gut überein. Tatsächlich liegen die dort für den Verlustbeiwert errechneten Werte zwischen den beiden in Abbildung 1.3.18 gezeigten Kurven.

Weiters sieht man, daß ein sehr großer Strömungsanteil aus Meßpunkten bei niedrigen Reynoldszahlen (etwa im Bereich 50-200) resultiert, was für *laminare* Strömung charakteristisch ist. Im Gegensatz dazu wird im Fall der Lochblende der Einfluß dieser Bereiche mittels Korrekturterm ( $\zeta_{reg}$ ) unterdrückt (*turbulente* Strömung).

Zusammenfassend ist festzustellen, daß anhand der hier verwendeten Meßdaten die Tatsache der Abhängigkeit von Reynoldszahl und Geometrie gezeigt und auch in ihrer Größenordnung bestimmt werden kann. Dagegen ist für die Ermittlung des genauen Verlaufes der Verlustbeiwertfunktion in Abhängigkeit von der Reynoldszahl die vorhandene Information nicht ausreichend.

### 1.3.4 Einspritzdüse für direkteinspritzenden Dieselmotor

Die Rechnungen im vorliegenden Abschnitt erfolgen anhand von Meßdaten einer Düse mit 5 Spritzlöchern. Wieder besteht die Vorgangsweise in einer schrittweisen Erweiterung des Ansatzes. Diese verläuft analog zu Abschnitt 1.3.2, und sie bringt auch ähnliche Ergebnisse. Deshalb wird die Vorgangsweise nicht nochmals im einzelnen vorgeführt, sondern es werden lediglich die Resultate vorgestellt. Aufbauend darauf wird gezeigt, welche Erkenntnisse man durch den Einsatz des allgemeineren Modells (1.1.16) (Berücksichtigung von Kavitationsphänomenen) gewinnen kann.

Wie in Abschnitt 1.3.2 stellt sich auch in diesem Fall heraus, daß die Formel (1.3.8) mit fester Wahl von  $B = 10$  eine gute Darstellung ist. Da die Streubreite des Rauschens auch bei diesen Meßdaten in etwa bei  $\pm 1 \text{ bar}$  liegt, wird erneut  $\tilde{A} = 3$  gewählt. Die zu Abbildung 1.3.9 analoge Darstellung der Funktionen  $ssq(\tilde{A}, C)$  unter der Annahme verschiedener Gleichstellungen sieht folgendermaßen aus:

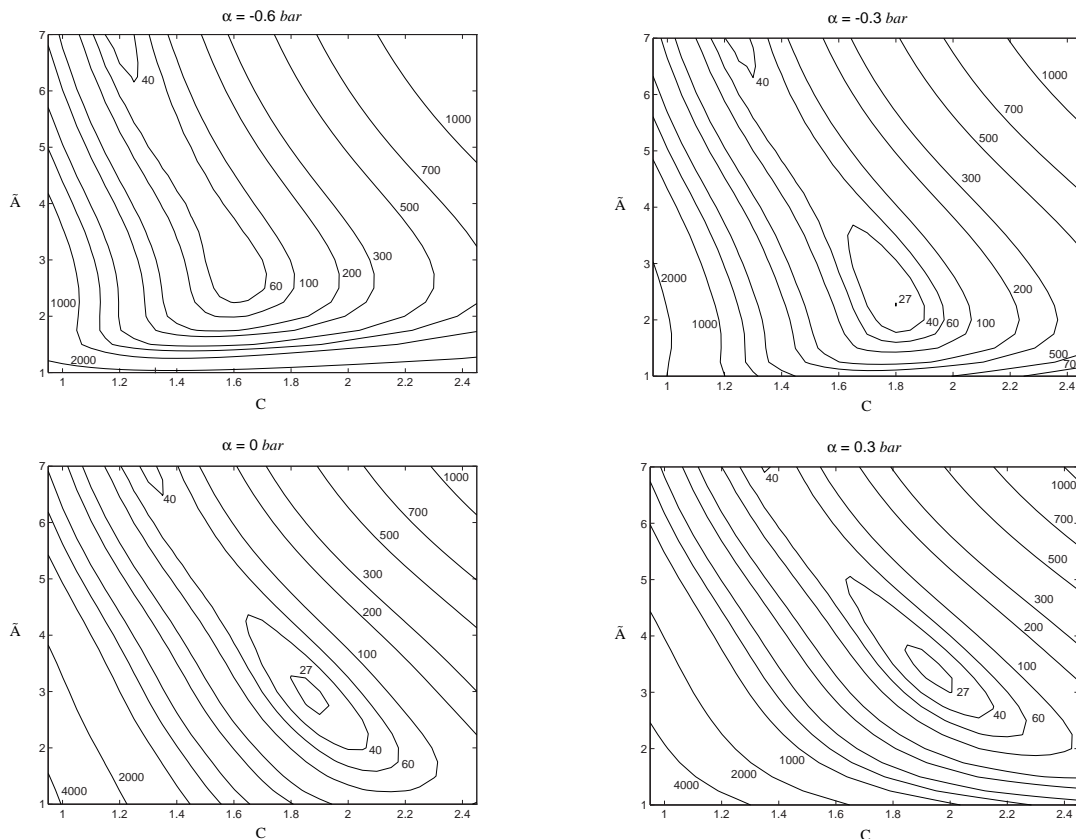
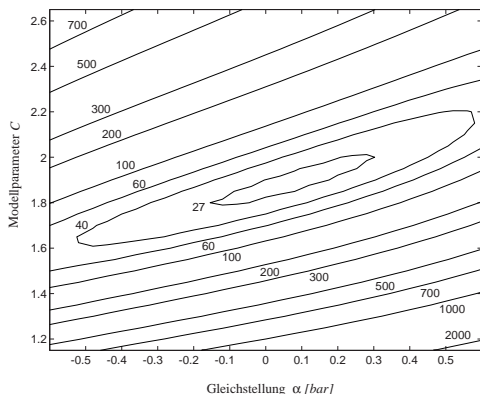


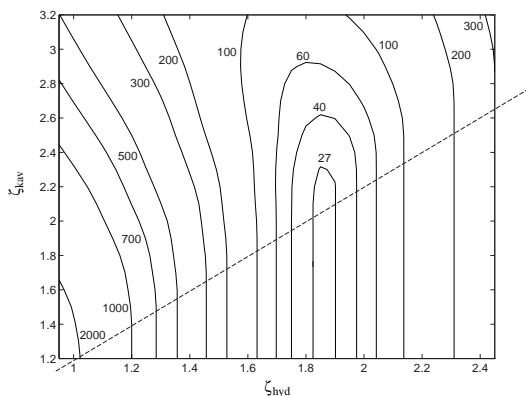
Abbildung 1.3.19 *sum-of-squares-Funktionen  $ssq(\tilde{A}, C)$  über 18 Datensätze nach Modell (1.3.8) für  $B = 10$  und verschiedene Gleichstellungen  $\alpha$  (vgl. Abbildung 1.3.9).*

In Abbildung 1.3.19 sieht man, daß der Parameter  $\tilde{A}$  die Rechnung stärker beeinflusst als in Abschnitt 1.3.2, d.h. für den identifizierten Modellparameter  $C$  gilt eine etwas höhere Fehlertoleranz. Der Einfluß des Gleichstellungsfehlers ist dagegen vergleichbar mit dem aus Abschnitt 1.3.2, wie die folgende Abbildung (bei fester Wahl  $\tilde{A} = 3$ ) zeigt:



**Abbildung 1.3.20**  $ssq(\alpha, C)$  über 18 Datensätze nach Formel (1.2.1) unter Verwendung des Modells (1.3.8) mit  $B = 10$  und  $\tilde{A} = 3$  (vergleiche Abbildung 1.3.12).

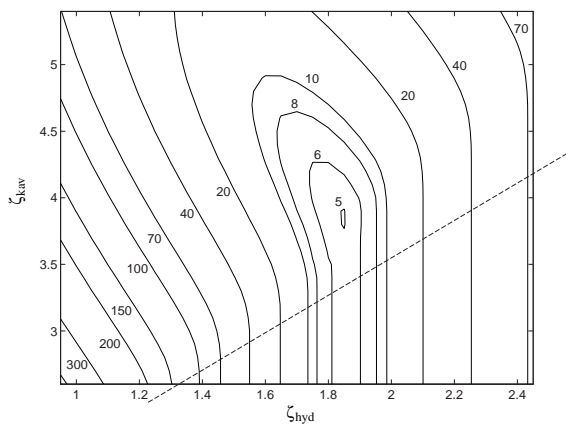
Im folgenden wird der Ansatz zu (1.1.16) erweitert, um festzustellen, ob man damit Kavitation nachweisen kann.



**Abbildung 1.3.21** *sum-of-squares-Funktion*  $ssq(\zeta_{hyd}, \zeta_{kav})$  nach Modell (1.1.16) mit  $A = 3$  und  $B = 10$  für 18 Datensätze. Die eingezeichnete Linie markiert den Bereich, in dem nur  $\zeta_{hyd}$  zur Berechnung verwendet wird.

In Abbildung 1.3.21 sieht man, daß das Minimum in dem Bereich liegt, wo für alle Meßpunkte  $\mathcal{K}(p_1, p_2) < \mathcal{K}_{lim}$  gilt, womit der Parameter  $\zeta_{kav}$  gar nicht verwendet wird. Es sind allerdings einige Messungen mit berücksichtigt, aus denen man geringe Strömungsgeschwindigkeiten errechnet. Bei

der folgenden Darstellung der sum-of-squares-Funktion werden diese deshalb weggelassen:



**Abbildung 1.3.22** *sum-of-squares-Funktion wie in Abbildung 1.3.21, wenn nur die sechs Datensätze mit den größten Strömungsgeschwindigkeiten berücksichtigt werden.*

Im Gegensatz zu Abbildung 1.3.21 liegt in Abbildung 1.3.22 das Minimum im Einflußbereich von  $\zeta_{kav}$ . Aber dieses Ergebnis beinhaltet sehr wenig Information, da es nur sechs Datensätze berücksichtigt.

In Kapitel 3 wird ein Ergebnis für Dimethylether vorgestellt, wo das Minimum sogar eindeutig in diesem Bereich liegt. Allerdings basiert es nicht auf gemessenen, sondern mittels der dort vorgestellten Methode errechneten Volumina/Zyklus und ist nur unter Berücksichtigung dieser Tatsache interpretierbar.

Mit den vorliegenden Meßdaten erhält man also keine eindeutige Aussage darüber, ob und in welchem Ausmaß Kavitation auftritt. Die in Abbildung 1.3.22 und in Kapitel 3 gezeigten Ergebnisse legen aber nahe, diesen Weg anhand neuer Messungen weiterzuerfolgen. Da die zwei Widerstandsparameter quantitativ einen ähnlichen Einfluß auf den errechneten Durchfluß haben, wird dabei unter anderem die Erfüllung des numerischen Kriteriums (I1) aus Abschnitt 1.2 im Mittelpunkt stehen. In physikalischer Hinsicht ist vor allem die Frage zu stellen, wie im Fall der kavitierenden Strömung die Wirkung dynamischer Effekte einzuschätzen ist. Im Gegensatz zur reinen Flüssigkeitsströmung (siehe [7]) liegen dafür noch keine Untersuchungen vor.

## 1.4 Zusammenfassung

Die in Abschnitt 1.3 erzielten Resultate zeigen, daß bei der Identifikation des Strömungszustandes mittels der in Abschnitt 1.1 vorgestellten Ansätze numerisch und physikalisch zufriedenstellende Resultate zu erzielen sind, wenn man auf folgende Punkte achtet:

- Die Beeinflussung der Rechnung durch Meßfehler.
- Numerische Abhängigkeit einzelner Parameter untereinander.

Meßfehler werden durch folgende Maßnahmen berücksichtigt:

- Einen Parameter, der den Kalibrierungsfehler darstellt ( $\alpha$ ).
- Einen Korrekturterm, der den Einfluß solcher Fehler vermindert ( $\zeta_{reg}$ ).

Die numerische Abhängigkeit kann durch Testrechnungen nahegelegt (siehe etwa Abbildung 1.3.2 oder Abbildung 1.3.5) und durch eine anschließende Analyse bestätigt werden.

Insgesamt folgt aus den Ergebnissen, daß die Modellansätze für stationäre Strömung die laminare und turbulente Flüssigkeitsströmung auch im instationären Fall ausreichend beschreiben. Identifiziert werden konnte damit

- der turbulente Verlustbeiwert in der Lochblende;
- die laminare Strömung im Ringspalt (Abhängigkeit von Reynoldszahl und Geometrie).

Kavitation konnte anhand der vorliegenden Daten nicht nachgewiesen werden. Die Ergebnisse zeigen aber, daß dieser Weg anhand neuer Meßdaten weiterverfolgt werden kann. Dabei ist vor allem die Frage von Interesse, ob auch bei kavitierender Strömung der vorgestellte Ansatz auf den instationären Fall übertragbar ist.

# Kapitel 2

## Instationäre Strömung in Leitungen

---

### 2.1 Modellgleichungen

In der eindimensionalen Darstellung der instationären laminaren Schichtenströmung in einer Leitung von konstantem Querschnitt sehen die Erhaltungsgesetze folgendermaßen aus:

- Massenerhaltung (Kontinuitätsgleichung):

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial \varrho}{\partial x} \cdot u(x, t) + \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \cdot \varrho(x, t) = 0 \quad (2.1.1)$$

Dabei sind  $u(x, t)$  die Strömungsgeschwindigkeit in der Längsrichtung  $x$ ,  $p(x, t)$  der statische Druck und  $\varrho(x, t)$  die Dichte des Mediums.

- Impulserhaltung (Bewegungsgleichung):

$$\varrho(x, t) \cdot \frac{dv}{dt}(t) = G(x, t) - \frac{\partial p}{\partial x}(x, t) + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}(x, t), \quad (2.1.2)$$

wobei  $v(t) := u(x(t), t)$ . Der Term  $\sigma_x$  repräsentiert die Spannungen in  $x$ -Richtung, die infolge Reibung auf ein Flüssigkeitselement wirken. Weiters wird angenommen, daß keine geodätischen Höhenunterschiede auftreten, womit  $G(x, t) \equiv 0$ . Der Ausdruck für die Reibungsverluste wird zusammengefaßt zu

$$R(u(x, t), x, t) := \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}(x, t) \cdot \frac{1}{\varrho(x, t)}. \quad (2.1.3)$$

Damit erhält man

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \cdot u(x, t) + \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial p}{\partial x}(x, t) \cdot \frac{1}{\varrho(x, t)} = R(u(x, t), x, t). \quad (2.1.4)$$

- Energieerhaltung — an deren Stelle wird angenommen, daß die im System entstehende Reibungswärme nicht die Temperatur  $T$  des Fluids erhöht, sondern nach außen abgeführt wird:

$$T = \text{const.} \quad (2.1.5)$$

Um das verbleibende Gleichungssystem lösen zu können, wird noch eine thermische Zustandsgleichung benötigt, d.h. ein Zusammenhang zwischen den Funktionen  $\varrho(x, t)$  und  $p(x, t)$ . Dabei wird angenommen, daß die Dichte nur vom Druck abhängt (und nicht zusätzlich von Ort und Zeit), und man definiert für den Fall *isentropen Zustandsänderung* eine Funktion  $\tilde{\varrho}(p)$  vermöge

$$\tilde{\varrho}(p(x, t)) := \varrho(x, t)|_{S=\text{const.}}, \quad (2.1.6)$$

wobei  $S$  die Entropie ist. Diese Funktion ist *streng monoton steigend*, d.h.  $d\tilde{\varrho}/dp > 0 \forall p$ . Man definiert damit üblicherweise eine sogenannte *isentropen (adiabate) Schallgeschwindigkeit*  $a(\varrho)$ :

$$a(\varrho(x, t)) := \left( \frac{d\tilde{\varrho}}{dp} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.1.7)$$

Wenn man nun annimmt, daß die Zustandsänderung  $p(\varrho)$  isentrop verläuft, dann gilt nach (2.1.6) und (2.1.7):

$$\left( \frac{\partial \varrho}{\partial x} \right) = \frac{d\tilde{\varrho}}{dp} \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{1}{a^2(\varrho(x, t))} \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (2.1.8)$$

Die Annahme der isentrop (und nicht isotherm, wie in (2.1.5) vorausgesetzt) verlaufenden Zustandsänderung wird dadurch gerechtfertigt, daß die auftretenden Druckwellen von extrem kurzer Dauer sind, innerhalb derer kein Temperaturengleich mit dem umgebenden Medium möglich ist.

Aus (2.1.1), (2.1.4) und (2.1.8) erhält man folgendes quasilineare Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} \varrho(x, t) \\ u(x, t) \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} u(x, t) & \varrho(x, t) \\ a^2(\varrho(x, t))/\varrho(x, t) & u(x, t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varrho(x, t) \\ u(x, t) \end{pmatrix}_x = \begin{pmatrix} 0 \\ R(u(x, t), x, t) \end{pmatrix} \quad (2.1.9)$$

Die Eigenwerte der Systemmatrix sind  $\pm a(\varrho(x, t)) + u(x, t)$ , weshalb im Fall  $|u(x, t)| \ll |a(\varrho(x, t))|$  die sogenannten "konvektiven" Glieder  $\varrho_x \cdot u$  und  $u_x \cdot u$  das Systemverhalten nicht wesentlich beeinflussen. Sie werden daher gewöhnlich vernachlässigt:

$$\begin{pmatrix} \varrho(x, t) \\ u(x, t) \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} 0 & \varrho(x, t) \\ a^2(\varrho(x, t))/\varrho(x, t) & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varrho(x, t) \\ u(x, t) \end{pmatrix}_x = \begin{pmatrix} 0 \\ R(u(x, t), x, t) \end{pmatrix} \quad (2.1.10)$$

Wenn man nun noch den variablen Term  $\varrho(x, t)$  in der Koeffizientenmatrix durch einen Mittelwert approximiert, erhält man ein lineares System mit konstanten Koeffizienten. Eine Umformung dieses

Systems vermöge (2.1.8) ergibt dann das in der Literatur über Hydraulik und Strömungsdynamik sehr häufig verwendete System der "ALLIEVIschen Gleichungen" (siehe [16], [17]):

$$\begin{pmatrix} p(x, t) \\ u(x, t) \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} 0 & a^2 \cdot \varrho \\ 1/\varrho & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p(x, t) \\ u(x, t) \end{pmatrix}_x = \begin{pmatrix} 0 \\ R(u(x, t), x, t) \end{pmatrix} \quad (2.1.11)$$

Wäre der Reibungsterm  $R \equiv 0$ , so wäre das Anfangsrandwertproblem sehr einfach zu integrieren ("D'ALEMBERTSche Lösung"). Deshalb wurde auch schon versucht, zunächst unter der Annahme der Reibungsfreiheit zu rechnen und den daraus resultierenden Lösungstermen einen Exponentialfaktor vorzuschalten (siehe etwa [18]). Die Untersuchungen in [2] zeigen allerdings, daß dies keine zulässige Vorgangsweise ist, da dabei die Gesetze über die Massenerhaltung verletzt werden.

In der Literatur findet man einige Ansätze, die sich an den Erfahrungen mit stationären Strömungen orientieren wie  $R = u \cdot \text{const}$  oder  $R = u^2 \cdot \text{const}$ . Da jedoch die Wandhaftung bei Beschleunigung des Mediums aus dem Ruhezustand anfangs eine ungleich höhere Reibung bedingt, können solche Ansätze die Verhältnisse bei instationärer Strömung nicht richtig wiedergeben.

In dieser Arbeit kommt daher ein Reibungsterm von K. Melcher zur Anwendung, der die instationäre Reibungsvergrößerung berücksichtigt (siehe [3]):

$$R(u(x, t), x, t) = \frac{\nu}{A} \int_0^t u_\tau(x, \tau) D(t - \tau) d\tau \quad (2.1.12)$$

Hiebei ist  $\nu$  die kinematische Zähigkeit und  $A$  der Strömungsquerschnitt der Leitung.

Der Ausdruck  $D(t)$  ist eine von der Geometrie des Leitungsquerschnittes abhängige Dämpfungsfunktion. Bei kreisförmigem Querschnitt erhält man nach [3]:

$$D(t) = -4\pi \sum_{n=1}^M e^{-\omega_n^2 \cdot \nu \cdot t / r^2} \quad (2.1.13)$$

Dabei ist  $r$  der Radius der Leitung,  $M = \infty$  und  $\omega_{n,n=1,\dots,M}$  sind die Nullstellen der Besselfunktionen der Ordnung Null.

Mit diesem Reibungsterm und den Anfangsbedingungen

$$p(x, 0) = p_0(x) \quad (2.1.14)$$

$$u(x, 0) = u_0(x) \quad (2.1.15)$$

sowie zwei der Randbedingungen

$$p(0, t) = p_A(t) \quad p(x_L, t) = p_E(t) \quad (2.1.16)$$

$$u(0, t) = q_A(t)/A \quad u(x_L, t) = q_E(t)/A \quad (2.1.17)$$

ergeben die Gleichungen (2.1.11) ein Anfangsrandwertproblem einer partiellen Integro-Differentialgleichung vom Volterraschen Typ.

## 2.2 Lösungsmethoden

Für die Lösung des Anfangsrandwertproblems kommen im folgenden drei verschiedene numerische Methoden zur Anwendung.

- Die in der Hydraulik üblicherweise angewandte *Charakteristikenmethode*, die auch in [3] zur Lösung der vorliegenden Problemstellung vorgeschlagen wird. Dabei legt man das Gitter so, daß die Stützpunkte auf sogenannten charakteristischen Kurven des Systems (im vorliegenden Fall konstanter Koeffizienten sind dies immer Geraden) liegen, entlang derer die Zustandsgrößen als Lösungen gewöhnlicher Differentialgleichungen zu integrieren sind.
- Die *Godunov-Methode* (siehe [21]), die nicht wie die beiden anderen Verfahren für die ALLIEVIschen Gleichungen (2.1.11), sondern für das quasilineare System (2.1.9) implementiert ist. In dieser Arbeit werden allerdings nur Ergebnisse zum Spezialfall  $a(\varrho) = \text{const}$  vorgestellt.
- Ein *halbnumerisches Verfahren* von M. Kroller [4], das auf einer Approximation der analytischen Lösung der Gleichungen beruht. Dieses ist etwas weniger genau, aber dafür sehr viel schneller als die beiden Finiten Differenzenverfahren (der Beschleunigungsfaktor liegt etwa bei 20), was aufgrund der iterativen Natur der Parameteridentifikation ein nicht zu unterschätzender Vorteil ist.

Eine genaue Beschreibung des halbnumerischen Algorithmus findet man in [4]. Es muß nur noch gezeigt werden, wie man daraus die für die Identifikation benötigten Größen ermittelt.

Zuerst berechnet man die Strömungsgeschwindigkeiten an den Rändern der Leitung mithilfe der in [4] angegebenen Formeln

$$\begin{aligned}
 q_A(t) &= \frac{A}{a \cdot \varrho} p_A(t) - \frac{A \cdot \hat{a}_o}{a \cdot \varrho} p_E(t - x_L/a) h(t - x_L/a) + \hat{a}_o \cdot q_E(t - x_L/a) h(t - x_L/a) - \\
 &\quad - A \cdot \mathcal{I}_1(t) - \frac{A \cdot \hat{a}_o}{a \cdot \varrho} \mathcal{I}_2(t - x_L/a) h(t - x_L/a) + A \cdot \hat{a}_o \cdot \mathcal{I}_3(t - x_L/a) h(t - x_L/a) \\
 q_E(t) &= - \frac{A}{a \cdot \varrho} p_E(t) + \frac{A \cdot \hat{a}_o}{a \cdot \varrho} p_A(t - x_L/a) h(t - x_L/a) + \hat{a}_o \cdot q_A(t - x_L/a) h(t - x_L/a) - \\
 &\quad - A \cdot \mathcal{J}_1(t) + \frac{A \cdot \hat{a}_o}{a \cdot \varrho} \mathcal{J}_2(t - x_L/a) h(t - x_L/a) + A \cdot \hat{a}_o \cdot \mathcal{J}_3(t - x_L/a) h(t - x_L/a) ,
 \end{aligned}$$

wobei

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \hat{a}_o = e^{x_L \cdot \nu / (2a \cdot A)} D(0)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_1(t) &= \frac{1}{A} \int_0^t c_1(t-s) q_A(s) ds & \mathcal{J}_1(t) &= \frac{1}{A} \int_0^t c_1(t-s) q_E(s) ds \\ \mathcal{I}_2(t) &= \int_0^t c_2(t-s) p_E(s) ds & \mathcal{J}_2(t) &= \int_0^t c_2(t-s) p_A(s) ds \\ \mathcal{I}_3(t) &= \frac{1}{A} \int_0^t c_3(t-s) q_E(s) ds & \mathcal{J}_3(t) &= \frac{1}{A} \int_0^t c_3(t-s) q_A(s) ds . \end{aligned}$$

Die Funktionen  $c_1(t)$ ,  $c_2(t)$  und  $c_3(t)$  sind definiert durch ihre Laplace-Transformierten

$$\begin{aligned} \tilde{c}_1(s) &= \sqrt{1 - \frac{\nu}{A} \tilde{D}(s)} - 1, \quad \text{wobei } \tilde{D}(s) = -4\pi \sum_{n=1}^M \frac{1}{s + \omega_n^2 \cdot \nu / r^2}; \\ \tilde{c}_2(s) &= -1 + e^{-x_L \cdot s \cdot \tilde{c}_1(s) / a} / \hat{a}_o; \quad \tilde{c}_3(s) = \tilde{c}_1(s) \cdot \tilde{c}_2(s) + \tilde{c}_1(s) + \tilde{c}_2(s) \end{aligned}$$

und werden in folgenden Näherungen implementiert:

$$\begin{aligned} c_1^*(t) &= -\frac{\nu}{2A} D(t) - \frac{\nu^2}{8A^2} (D * D)(t) \\ c_2^*(t) &= \frac{x_L}{a} \left[ \frac{\nu}{2A} D'(t) + \frac{\nu^2}{8A^2} ((D' * D)(t) + D(0)D(t)) \right] \\ c_3^*(t) &= c_2^*(t) - \frac{\nu}{2A} D(t) . \end{aligned}$$

Diese Näherungen entstammen einer Reihenentwicklung. Falls es die Rechengenauigkeit erfordert, kann man Glieder höherer Ordnung hinzunehmen. In [4] findet man entsprechende Fehlerabschätzungen.

Damit werden also aus den gegebenen Anfangsbedingungen (2.1.14), (2.1.15) und Randbedingungen (2.1.16) die Strömungsgeschwindigkeiten (2.1.17) ermittelt. Im Zuge der Identifikation muß man aber Druck und Geschwindigkeit an beliebigen Stellen  $x$  entlang der Leitung berechnen.

Dazu verschiebt man nun die Gleichung der “rücklaufenden” Charakteristik zeitlich um den Betrag  $x/a$ . Man erhält (für  $t \in [0, t_{max} - x/a]$ ):

$$p(x, t) = \frac{1}{2} \left( \mathcal{K} - \frac{a \cdot \varrho}{A \cdot \hat{a}_o} q_A(t + x/a) + \frac{1}{\hat{a}_o} p_A(t + x/a) - \frac{a \cdot \varrho}{\hat{a}_o} \mathcal{I}_1 - \mathcal{I}_2 + \frac{a \cdot \varrho}{A} \mathcal{I}_3 \right)$$

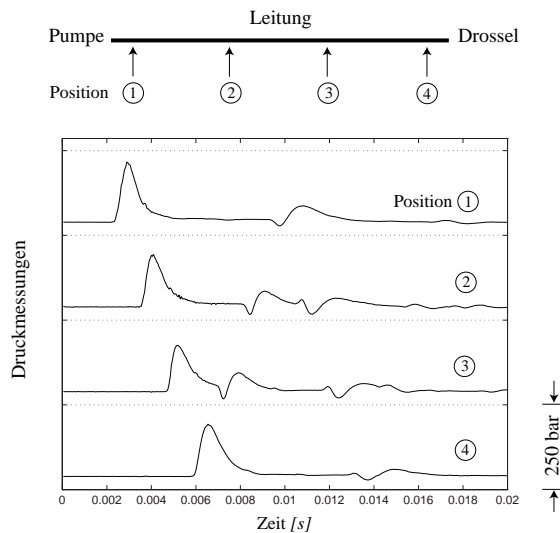
$$q(x, t) = \frac{A}{a \cdot \varrho} (\mathcal{K} - p(x, t))$$

$$\begin{aligned} \mathcal{K} = & \hat{a}_o \cdot p_A(t - x/a)h(t - x/a) + \frac{a \cdot \varrho \cdot \hat{a}_o}{A} q_A(t - x/a)h(t - x/a) - \\ & - a \cdot \varrho \cdot \mathcal{J}_1(t) + \hat{a}_o \cdot \mathcal{J}_2(t - x/a)h(t - x/a) + a \cdot \varrho \cdot \hat{a}_o \cdot \mathcal{J}_3(t - x/a)h(t - x/a) \end{aligned}$$

Auf diese Weise kann man aus den Randbedingungen  $p_A(t)$  (gemessen) und  $q_A(t)$  (errechnet, s.o.) den Druck  $p(x, t)$  und die Strömungsgeschwindigkeit  $u(x, t)$  für alle  $x > 0$  und  $t \in [0, t_{max} - x/a]$  ermitteln.

## 2.3 Testvergleiche

In diesem Abschnitt werden mittels der drei besprochenen Verfahren (Halbnumerischer Algorithmus, Charakteristikenverfahren und Finites Differenzenverfahren) erzielte Resultate vorgestellt. Dazu dienen die folgenden, am Pumpenprüfstand (Einspritzleitung von  $1.5\text{ mm}$  Durchmesser) gemessenen Daten:

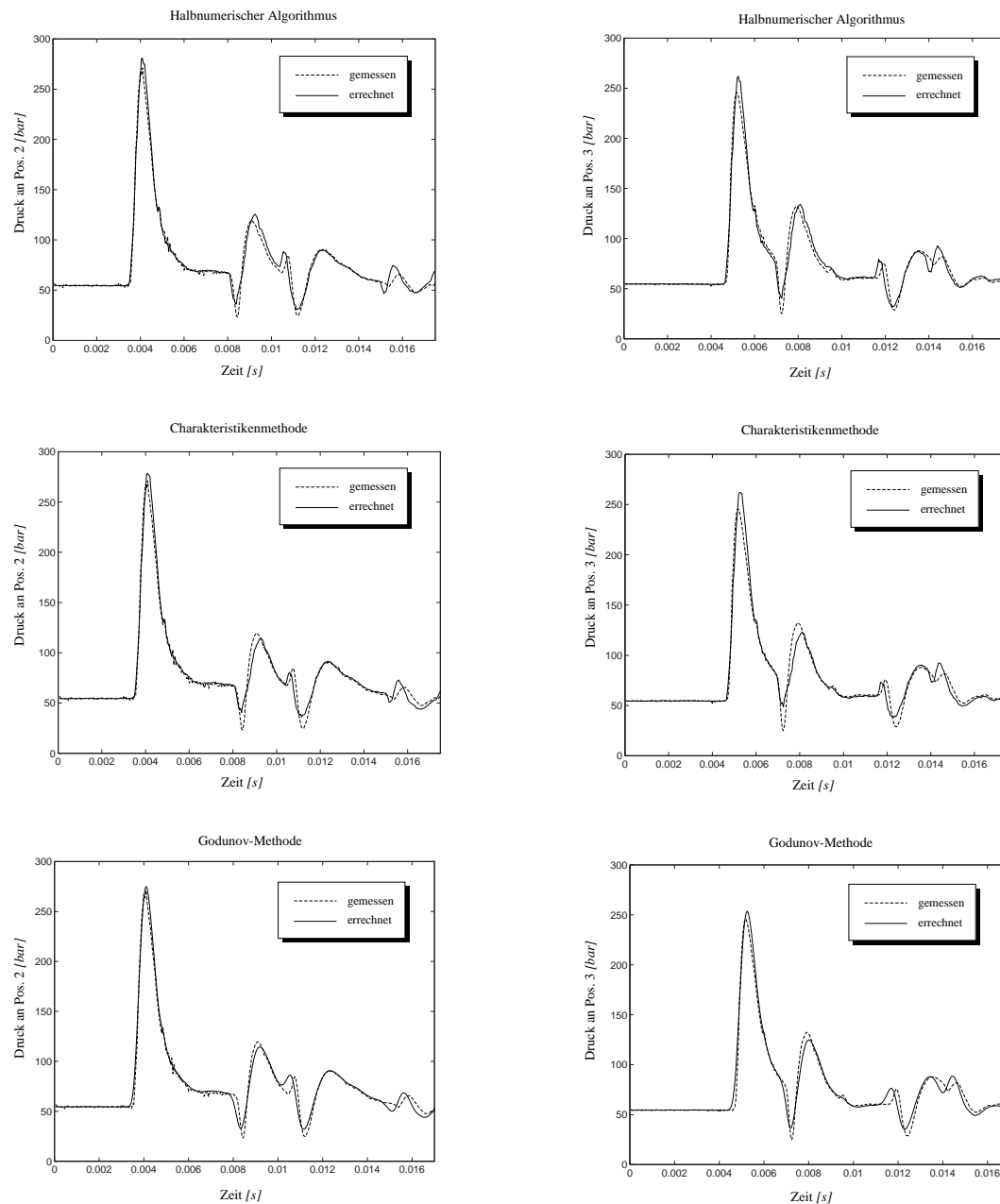


**Abbildung 2.3.1** Meßaufbau und ein Beispiel für gemessene Drucksignale.

Diese pulsierende Strömung wird durch eine Einspritzpumpe erzeugt, wobei die Drossel am rechten Ende der Leitung eine Lochblende von  $0.3\text{ mm}$  Durchmesser ist.

Im folgenden werden mit  $\langle p_{obs,k}^i \rangle$ ,  $k = 1, \dots, 4$ ,  $i = 1, \dots, n$ , die gemessenen Drucksignale bezeichnet, d.h.  $p_{obs,k}^i$  ist der gemessene Druckwert an Position  $k$  zur Zeit  $t = T \cdot i/n$  ( $T$  ist die Zyklusdauer und  $n$  die Anzahl der Meßpunkte).

Aus den Drucksignalen an Position 1 und 4 (diese werden als Randbedingung vorgegeben) werden die Werte für den Druck  $\langle p_{cal,j}^i \rangle$  und die Strömungsgeschwindigkeiten  $\langle u_{cal,k}^i \rangle$  an den Meßpositionen  $j = 2, 3$  bzw.  $k = 1, \dots, 4$  berechnet, wobei die errechneten Drucksignale an Position 2 und 3 mit den dortigen Messungen verglichen werden können.



**Abbildung 2.3.2** Vergleich der Messungen an Position 2 (links) und 3 (Meßanordnung nach Abbildung 2.3.1) mit den Rechenergebnissen ( $\rho = 820$ ,  $a = 1339$  m/s und  $\nu = 2.3$  cs) aus drei unterschiedlichen numerischen Verfahren.

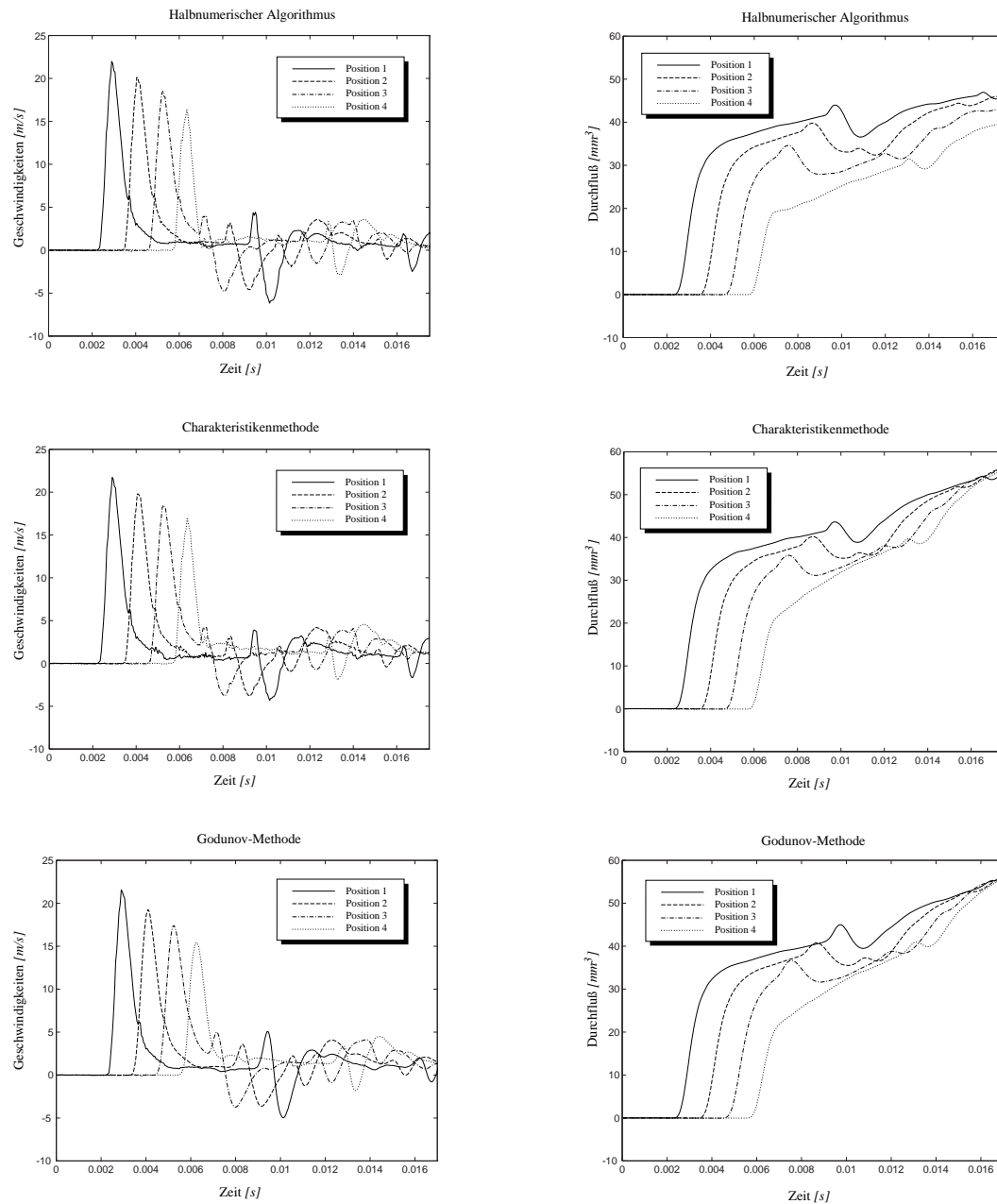


Abbildung 2.3.3 Rechenergebnisse gemäß Abbildung 2.3.2 für die Strömungsgeschwindigkeiten (links) und die kumulativen Raten (das gemessene Gesamtvolumen/Zyklus ist  $30 \text{ mm}^3$ ) an den Positionen 1 bis 4.

In Abbildung 2.3.2 und Abbildung 2.3.3 sieht man, daß die Rechenergebnisse aus den verschiedenen numerischen Verfahren recht gut übereinstimmen (welches der drei Verfahren dem Meßergebnis am nächsten kommt, ersieht man daraus nicht, da die Strömungsparameter fest und nicht für das jeweilige Verfahren “optimal” im Sinne der Least Squares gewählt sind).

Vor allem stimmen die Rechenergebnisse aus den beiden Finiten Differenzenmethoden (Charakteristikenmethode und Godunov-Methode) sehr gut überein, obwohl sie auf verschiedenen Modellgleichungen ((2.1.11) bzw. (2.1.9) unter der Annahme, daß  $a(\rho(x, t)) = \text{const}$ ) basieren.

Die Ergebnisse aus dem halbnumerischen Verfahren (das ebenso wie das Charakteristikenverfahren vom System (2.1.11) ausgeht) verletzen das Gesetz der Massenerhaltung (siehe Abbildung 2.3.3, rechte Spalte: die errechneten Durchflußraten an den drei Meßpositionen stimmen nicht überein). Die Abweichungen, die sich daraus für die errechneten Drucksignale an den Meßpositionen 2 und 3 ergeben, sind aber eher gering (siehe Abbildung 2.3.2). Der Grund für die Verletzung der Massenerhaltung ist der frühzeitige Abbruch der Reihenentwicklungen für  $c_1(t)$ ,  $c_2(t)$  und  $c_3(t)$ . Schon nach Hinzunahme je eines weiteren Gliedes ist der Fehler deutlich geringer.

## 2.4 Identifikationsergebnisse

Anhand der expliziten Lösungsdarstellung des vorangegangenen Abschnittes sieht man, daß die physikalischen Parameter  $a$ ,  $\rho$ ,  $\nu$  und  $x_L$  ausschließlich in den Kombinationen  $\nu \cdot x_L/a$ ,  $x_L/a$  und  $a \cdot \rho$  in der Lösung vorkommen, wobei letzteres Produkt ein Skalierungsfaktor für die unbekannte Strömungsgeschwindigkeit ist, weswegen es auch nicht identifiziert werden kann. Als unabhängige und damit identifizierbare Parameter bleiben also  $\nu$  und  $x_L/a$  bzw.  $a$  bei fest gewählter Leitungslänge  $x_L$ .

Die Identifikation der Parameter  $a$  und  $\nu$  beruht wie im ersten Kapitel auf der Minimierung eines sum-of-squares-Funktional. Dieses Kostenfunktional sieht folgendermaßen aus (Bezeichnungen siehe Abschnitt 2.3):

$$ssq(a, \nu) = \sum_{i=1}^n [p_{obs,2}^i - p_{cal,2}^i(a, \nu)]^2 + [p_{obs,3}^i - p_{cal,3}^i(a, \nu)]^2 \quad (2.4.1)$$

Das Anfangsrandwertproblem wird in Form der ALLIEVIschen Gleichungen (2.1.11) gestellt und mit dem halbnumerischem Algorithmus gelöst. Einige Resultate werden mit dem Charakteristikenverfahren überprüft.

Die Meßanordnung ist jeweils analog zu der in Abbildung 2.3.1 beschriebenen, wobei allerdings zumeist nur 3 Druckmeßstellen vorhanden sind (womit nur ein Beobachtungssignal  $p_{obs}$  zur Verfügung steht und einer der beiden Summanden des Kostenfunktionals wegfällt).

Als rechte Randbedingung dienen drei unterschiedliche Drosselgeometrien:

- Düsen mit 5 Spritzlöchern (erste und dritte Meßreihe)
- Lochblenden (zweite Meßreihe)
- Ringspalte (vierte Meßreihe)

Als Medium dienen die Kraftstoffe:

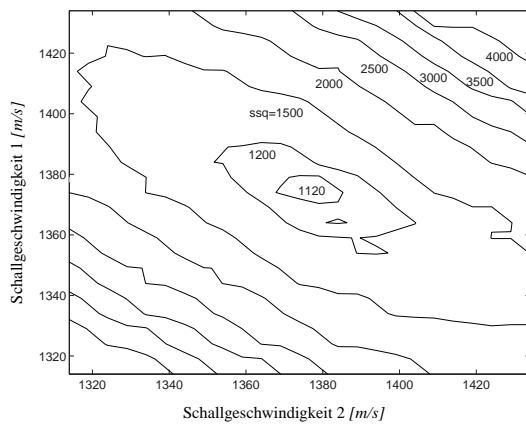
- Diesel (erste, zweite und vierte Meßreihe)
- Dimethylether (dritte Meßreihe)

Die Daten wurden an verschiedenen Lastpunkten (Durchflußmengen  $Q_{ges}$ ) und Pumpendrehzahlen gemessen. Bevor sie im einzelnen betrachtet werden, sind folgende grundsätzliche Beobachtungen vorzuschicken, die vor allem die Identifizierbarkeit der Absolutwerte der Schallgeschwindigkeit betreffen:

- Die Genauigkeit der Längenmessung der Leitungsabschnitte darf nicht überschätzt werden.
- Überhöhte Werte für die Schallgeschwindigkeit  $a$  führen oft weniger zu einer zeitlichen Verschiebung des Beobachtungssignals als zu Oszillationen, die durch eine höhere kinematische Viskosität  $\nu$  kompensierbar sind.
- Die Wahl des Lösungsalgorithmus beeinflusst das absolute Ergebnis ebenfalls.

Bei der Interpretation der nachfolgend gezeigten Ergebnisse ist es daher wichtig, vor allem auf qualitative Unterschiede in Abhängigkeit von Kenngrößen der Datensätze zu achten. Beispielsweise wird gezeigt, daß bei höherem Druckniveau signifikant höhere Schallgeschwindigkeiten identifiziert werden.

Den relativen Fehler der Längenmessung der einzelnen Abschnitte untereinander kann man versuchen auszugleichen, indem man etwa die Schallgeschwindigkeiten in den Leitungsabschnitten vor und nach der mittleren Drosselmeßstelle als eigene Parameter identifiziert. Wenn man dies etwa für den Datensatz mit  $\bar{p} = 59 \text{ bar}$ ,  $Q_{ges} = 60.4 \text{ mm}^3$  und 378 U/min durchführt, erhält man (für festes  $\nu = 2.8 \text{ cs}$ ) nach der halbnumerischen Methode folgende ssq-Funktion:



**Abbildung 2.4.1** *sum-of-squares-Funktion (ssq) nach einer Variante von Formel (2.4.1) ohne Berücksichtigung von Position 2, in der den Abschnitten zwischen Position 1 und 3 bzw. 3 und 4 zwei verschiedene Schallgeschwindigkeiten zugeordnet werden. Die kinematische Viskosität ist bei  $\nu = 2.8 \text{ cs}$  festgehalten.*

In diesem Fall “stimmt” das Verhältnis der Längenabschnitte fast genau, und wenn man alle Datensätze berechnet, sieht man, daß die Toleranz etwa  $\pm 1\%$  beträgt. Die identifizierte durchschnittliche Schallgeschwindigkeit bleibt aber immer dieselbe.

## 2.4.1 Erste Meßreihe

Anzahl der Druckmessungen:	3
Abstände dazwischen:	3.12 m, 1.54 m
Leitungsdurchmesser:	1.5 mm
Rechte Randbedingung:	Düse (fünf Spritzlöcher, je 0.18 mm Durchmesser)
Medium:	Diesel
Pumpendrehzahl:	variabel, siehe nachfolgende Tabelle (U/min)
Last:	variabel, siehe nachfolgende Tabelle ( $Q_{ges}$ )

$\bar{p}$ [bar]	$p_{max}$ [bar]	$Q_{ges}$ [mm <sup>3</sup> ]	U/min	halbnum.	FD (Char.)
16	59	6.9	998	(1311, 2.8)	(1342, 6.1)
13	60	6.9	700	(1310, 2.6)	(1330, 5.3)
13	70	8.4	363	(1329, 3.0)	(1348, 5.6)
23	228	44.5	998	(1320, 2.3)	(1344, 4.0)
20	175	42.0	712	(1321, 2.4)	(1351, 4.8)
17	160	40.1	379	(1322, 2.5)	(1348, 5.6)
51	85	3.2	1005	(1327, 2.8)	(1359, 6.0)
52	89	3.9	710	(1339, 3.1)	(1372, 7.8)
51	102	6.2	382	(1343, 3.0)	(1363, 6.7)
62	258	41.4	1007	(1356, 2.7)	(1394, 5.6)
60	237	45.3	699	(1362, 2.7)	(1409, 6.5)
59	256	60.4	378	(1374, 2.8)	(1424, 7.1)
104	149	6.9	1000	(1349, 2.9)	(1376, 6.0)
100	149	7.5	707	(1350, 2.9)	(1377, 5.6)
102	143	6.0	371	(1354, 3.0)	(1374, 5.7)
110	263	36.5	1004	(1361, 1.9)	(1374, 2.8)
106	249	34.4	703	(1355, 2.6)	(1398, 6.0)
106	256	39.9	378	(1364, 2.4)	(1397, 5.3)

**Tabelle 2.4.1** *Durch Minimierung der nach drei verschiedenen Verfahren berechneten sum-of-squares-Funktion (2.4.1) identifizierte Werte für das Parameterpaar  $(a, \nu)$ .  $\bar{p}$  ist das arithmetische Mittel der gemessenen Druckwerte des jeweiligen Datensatzes, und  $p_{max}$  ist die größte Druckspitze.*

In Tabelle 2.4.1 sieht man einen recht deutlichen Unterschied zwischen den Ergebnissen aus den

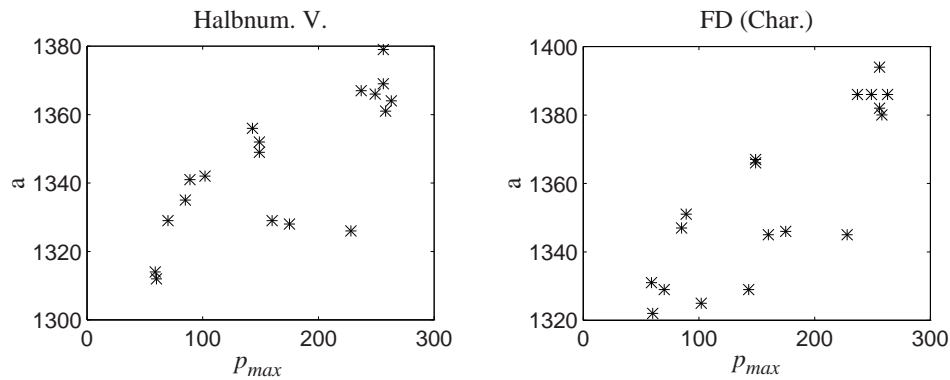
beiden numerischen Verfahren. Da aber offenbar die Parameter  $a$  und  $\nu$  numerisch voneinander abhängen, sodaß bereits sehr kleine Fehler eine Verschiebung ihrer identifizierten Werte bewirken können (wobei höhere Werte für  $a$  durch höhere Werte für  $\nu$  kompensiert werden), ist es notwendig, sich anzusehen, welche Werte man etwa für  $a$  errechnet, wenn man  $\nu$  festhält ( $\nu = 4$ ):

$\bar{p}$ [bar]	$p_{max}$ [bar]	$Q_{ges}$ [mm <sup>3</sup> ]	U/min	halbnum.	FD (Char.)
16	59	6.9	998	1314	1331
13	60	6.9	700	1312	1322
13	70	8.4	363	1329	1329
23	228	44.5	998	1326	1345
20	175	42.0	712	1328	1346
17	160	40.1	379	1329	1345
51	85	3.2	1005	1335	1347
52	89	3.9	710	1341	1351
51	102	6.2	382	1342	1325
62	258	41.4	1007	1361	1380
60	237	45.3	699	1367	1386
59	256	60.4	378	1379	1394
104	149	6.9	1000	1349	1366
100	149	7.5	707	1352	1367
102	143	6.0	371	1356	1329
110	263	36.5	1004	1364	1386
106	249	34.4	703	1366	1386
106	256	39.9	378	1369	1382

**Tabelle 2.4.2** Identifizierte Schallgeschwindigkeiten  $a$  für dieselben Daten wie in Tabelle 2.4.1 bei fester Wahl des Zähigkeitsbeiwertes  $\nu$ .

Aus Tabelle 2.4.2 ersieht man, daß es Unterschiede in den identifizierten Werten gibt, die nicht durch die numerische Abhängigkeit zwischen  $a$  und  $\nu$  allein erklärbar sind.

Unabhängig von allen diesen Fehlern ist in Tabelle 2.4.1 und Tabelle 2.4.2 aber auch eine sehr wichtige physikalische Abhängigkeit zu sehen:



**Abbildung 2.4.2** Graphische Darstellung der Abhängigkeit der identifizierten Schallgeschwindigkeiten von den Druckspitzen.

Obwohl das Absolutniveau der Druckspitze die der Rechnung zugrundeliegenden Druckdaten nicht ideal repräsentiert, sieht man in Abbildung 2.4.2 recht deutlich, daß die identifizierten Werte der Schallgeschwindigkeit vom Druckniveau abhängen.

Dies bedeutet zunächst nur, daß man für die Schallgeschwindigkeit keinen Wert angeben kann, der für alle Datensätze gleichermaßen gilt, d.h. sie ist für jeden Datensatz einzeln zu identifizieren. In Kapitel 3 wird gezeigt, daß man für die Berechnung des genauen zeitlichen Verlaufes der Geschwindigkeit auch die Druckabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit innerhalb eines einzelnen Datensatzes berücksichtigen muß, womit in diesem Fall die Modellannahme  $a = const$  eine unzulässige Vereinfachung ist.

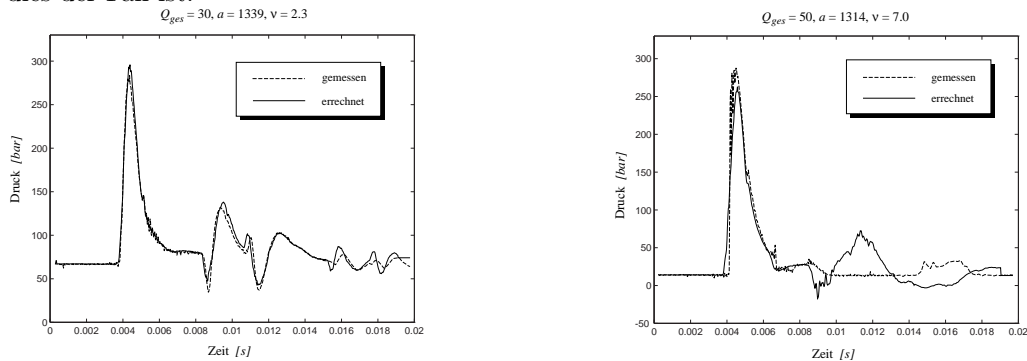
## 2.4.2 Zweite Meßreihe

Anzahl der Druckmessungen:	4
Abstände dazwischen:	1.54 m, 1.53 m, 1.54 m
Leitungsdurchmesser:	1.5 mm
Rechte Randbedingung:	Lochblenden, Durchmesser siehe nachfolgende Tabelle
Medium:	Diesel
Pumpendrehzahl:	1000 U/min
Last:	variabel, siehe nachfolgende Tabelle ( $Q_{ges}$ )

$\bar{p}$ [bar]	$p_{max}$	$Q_{ges}$ [mm <sup>3</sup> ]	$\varnothing$ [mm]	( $a$ [m/s], $\nu$ [cs])	$a_{\nu=2.5cs}$
81	227	21.5	0.3	(1335, 2.5)	1335
88	315	30.0	0.3	(1339, 2.3)	1339
97	377	40.0	0.3	(1327, 2.0)	1329
69	207	20.5	0.4	(1316, 2.3)	1317
75	275	30.0	0.4	(1319, 2.3)	1322
84	361	40.0	0.4	(1310, 2.2)	1312
34	318	50.0	0.4	(1314, 7.0)	1240
39	437	60.0	0.4	(1298, 6.8)	1238

**Tabelle 2.4.3** Durch Minimierung der nach dem halbnnumerischen Verfahren berechneten sum-of-squares-Funktion (2.4.1) identifizierte Werte für das Parameterpaar ( $a, \nu$ ) bzw. für  $a$  bei festem  $\nu = 2.5$ .  $\bar{p}$  ist das arithmetische Mittel der gemessenen Druckwerte des jeweiligen Datensatzes, und  $p_{max}$  ist die größte Druckspitze.

In Tabelle 2.4.3 fallen besonders die beiden Ergebnisse bei niedrigem Standdruck auf, wo relativ zu den übrigen eine sehr hohe Viskosität identifiziert wird. Es ist aufschlußreich zu sehen, warum dies der Fall ist:



**Abbildung 2.4.3** Vergleich Messung-Rechnung zweier Ergebnisse aus Tabelle 2.4.3 an Pos. 2.

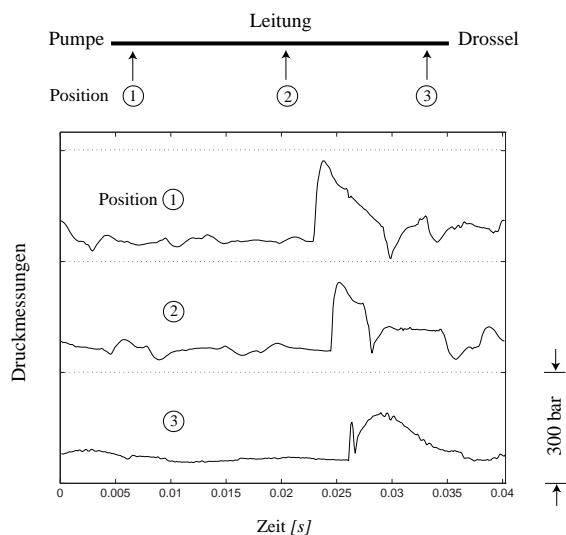
Offenbar ist der identifizierte Wert von  $\nu$  für den im rechten Diagramm dargestellten Datensatz deswegen überhöht, weil die Rechnung dort eine rücklaufende Welle ergibt, die in Wirklichkeit zusammengebrochen ist. Der Grund dafür ist physikalischer Natur: beim Zurückschlagen der Druckwelle tritt in der Leitung gasförmige Phase auf. Das Modell, das den Rechnungen zugrunde liegt, geht aber von der Voraussetzung aus, daß die Dichte annähernd konstant ist (ALLIEVIsche Gleichungen), und dies trifft in diesem Fall nicht zu.

### 2.4.3 Dritte Meßreihe

Bei der folgenden Meßreihe wurde Dimethylether als Medium verwendet. Der Elastizitätsmodul dieses Mediums ist weitaus geringer als der von Diesel, was ein verändertes dynamisches Verhalten des Systems bedingt.

Die kinematische Viskosität  $\nu$  von reinem Dimethylether wird in [19] mit  $0.15\text{cs}$  angegeben. Bei im folgenden beschriebenen Versuchen wurde diese Viskosität zwar durch Beimischung von Lubrizol 539 etwas erhöht, sie ist aber trotzdem deutlich kleiner als die von Dieseldieselkraftstoff.

Den daraus resultierenden Unterschied im Systemverhalten zeigt ein Vergleich der folgenden Meßdaten mit jenen aus Abbildung 2.3.1:



**Abbildung 2.4.4** Leitungsdruckdaten für Dimethylether an den drei Meßpositionen.

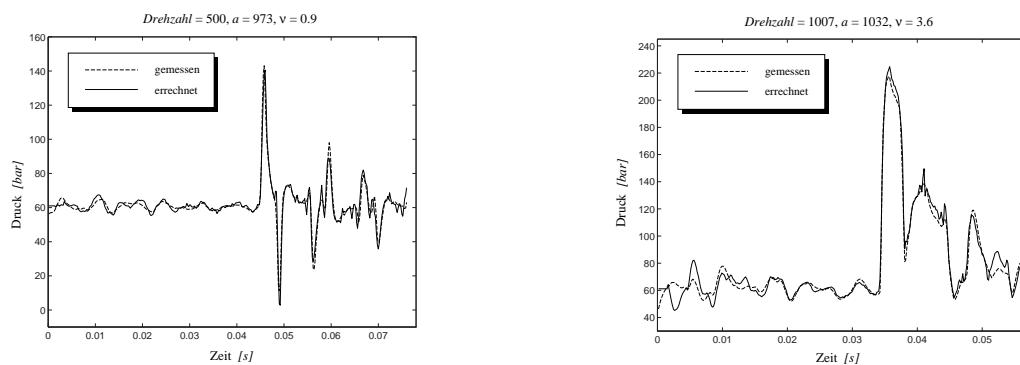
In Abbildung 2.4.4 ist weiters zu beachten, daß die Druckmessungen für Dimethylether nicht so genau kalibriert werden können wie im Fall von Dieseldieselkraftstoff (vgl. Abbildung 2.3.1). Vor diesem Hintergrund sind die folgenden Identifikationsergebnisse zu sehen:

Anzahl der Druckmessungen:	3
Abstände dazwischen:	1.56 m, 1.54 m
Leitungsdurchmesser:	1.5 mm
Rechte Randbedingung:	Düse (fünf Spritzlöcher, je 0.18 mm Durchmesser)
Medium:	Dimethylether
Pumpendrehzahl:	variabel, siehe nachfolgende Tabelle (U/min)
Last:	unbekannt

$\bar{p}$ [bar]	U/min	( $a$ [m/s], $\nu$ [cs])	$a_{\nu=0.5cs}$	$a_{\nu=2cs}$	$a_{\nu=4cs}$
60	500	(960, 0.8)	960	965	970
60	500	(960, 0.8)	957	962	963
60	500	(973, 0.9)	968	975	982
80	1007	(1038, 3.6)	1011	1031	1041
80	1007	(1032, 3.6)	1004	1022	1034
80	1490	(1040, 4.1)	1007	1031	1037
90	1729	(1041, 4.1)	1022	1032	1039
100	1969	(1047, 4.8)	1033	1038	1043

**Tabelle 2.4.4** Durch Minimierung der nach dem halbnumerischen Verfahren berechneten *sum-of-squares-Funktion* (2.4.1) identifizierte Werte für das Parameterpaar ( $a, \nu$ ) bzw. für  $a$  bei verschiedener fester Wahl für  $\nu$ .  $\bar{p}$  ist das arithmetische Mittel der gemessenen Druckwerte des jeweiligen Datensatzes.

In Tabelle 2.4.4 sieht man, daß für die Viskosität  $\nu$  unterschiedliche Werte identifiziert werden, wobei der kleinere Wert (ca. 0.8) eher noch realistisch ist. Im Unterschied zu den in Abbildung 2.4.3 gezeigten Ergebnissen ergibt aber auch die Variante, bei der eine offenbar zu hohe Viskosität identifiziert wird, eine gute Näherung an die gemessenen Drucksignale, wie etwa anhand der folgenden Beispiele zu sehen ist:



**Abbildung 2.4.5** Vergleich Messung-Rechnung (Dimethylether).

Offenbar gibt es hier Einflüsse, die das Modell nicht berücksichtigt. Dieser Frage sollte man anhand weiterer Experimente nachgehen.

## 2.4.4 Vierte Meßreihe

Anzahl der Druckmessungen:	3
Abstände dazwischen:	3.12 m, 1.54 m
Leitungsdurchmesser:	1.5 mm
Rechte Randbedingung:	Ringspalte (diam. Spiel 15 $\mu\text{m}$ , Länge $\ell$ variabel, siehe Tabelle)
Medium:	Diesel
Pumpendrehzahl:	variabel, siehe nachfolgende Tabelle (U/min)
Last:	variabel, siehe nachfolgende Tabelle ( $Q_{ges}$ )

$\bar{p}$	U/min	$Q_{ges}$ [ $\text{mm}^3$ ]	$\ell$ [ $\text{mm}$ ]	halbnum. V.	FD (Charakt.)
44	1010	5.0	0.4	(1324, 2.8)	(1346, 5.6)
54	1011	27.9	0.4	(1332, 2.5)	(1355, 4.5)
62	1008	45.6	0.4	(1337, 2.4)	(1363, 4.6)
44	1006	8.0	0.5	(1322, 2.7)	(1343, 4.8)
55	1004	28.3	0.5	(1330, 2.4)	(1352, 4.4)
67	1004	44.8	0.5	(1342, 2.5)	(1374, 4.6)
43	904	4.7	0.4	(1341, 3.2)	(1364, 6.4)
51	904	27.0	0.4	(1357, 2.9)	(1390, 6.2)
63	905	51.4	0.4	(1360, 2.6)	(1399, 5.8)
43	901	3.9	0.5	(1334, 3.1)	(1358, 5.7)
53	898	24.7	0.5	(1345, 2.8)	(1373, 6.2)
63	903	41.6	0.5	(1347, 2.6)	(1380, 4.9)
44	704	3.8	0.4	(1340, 3.2)	(1364, 7.0)
48	703	23.6	0.4	(1353, 2.9)	(1382, 5.9)
61	704	48.2	0.4	(1365, 2.8)	(1414, 7.3)
45	684	7.0	0.5	(1334, 3.2)	(1357, 6.3)
55	684	32.7	0.5	(1337, 2.5)	(1365, 5.0)
64	691	50.3	0.5	(1353, 2.6)	(1391, 5.7)
43	498	4.1	0.4	(1345, 3.3)	(1370, 5.9)
47	505	16.7	0.4	(1343, 2.9)	(1369, 5.8)
63	493	59.6	0.4	(1385, 2.9)	(1443, 7.9)
45	498	8.1	0.5	(1344, 3.4)	(1370, 6.8)
45	487	10.7	0.5	(1349, 3.2)	(1364, 5.9)
67	486	63.0	0.5	(1375, 2.7)	(1421, 6.3)

**Tabelle 2.4.5** Identifikationsergebnisse mit Ringspalten als rechter Randbedingung (Diesel).

Wieder ist der Unterschied zwischen den Verfahren recht deutlich. Bleibt man jedoch konsequent bei einem der beiden Verfahren, so unterliegen die identifizierten Zähigkeiten keiner allzu großen Streuung, und die Schallgeschwindigkeiten sind wie in den vorangegangenen Meßreihen druckabhängig.

## 2.5 Zusammenfassung

Grundsätzlich sind im verwendeten Leitungsmodell folgende Parameter identifizierbar:

- die kinematische Zähigkeit  $\nu$ ;
- die Laufzeit  $x_L/a$  der Signale.

Da innerhalb einer Meßreihe die Leitungsabschnitte stets dieselbe Länge  $x_L$  besitzen, läßt der Vergleich der identifizierten Laufzeiten direkte Rückschlüsse auf die Schallgeschwindigkeit  $a$  zu.

Zu beachten sind allerdings folgende Umstände:

- die beiden Parameter sind nicht immer ganz voneinander unabhängig;
- die genauen Werte hängen von der Verfahrenswahl ab.

Wenn man jedoch eine konsistente Vorgangsweise wählt (i.e. man bleibt beim selben Verfahren) und die kinematische Zähigkeit konstant hält, so kann man erkennen, daß es einen Zusammenhang zwischen dem Druckniveau der Meßdaten und der identifizierten Schallgeschwindigkeit gibt.

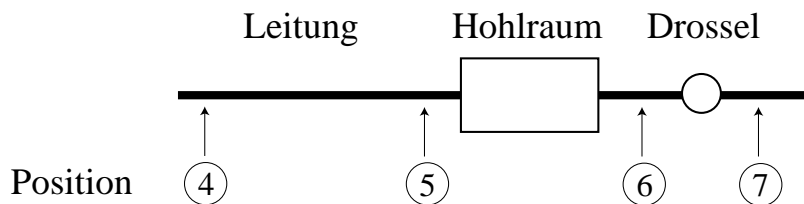
# Kapitel 3

## Drosselverluste als Randbedingung

---

### 3.1 Vorgangsweise und Motivation

In diesem Kapitel wird auf Basis der Ergebnisse aus den ersten beiden Kapiteln die folgende Versuchsanordnung untersucht, die an die in Abbildung 2.3.1 in Kapitel 2 gezeigte Anordnung anschließt:



**Abbildung 3.1.1** Schematische Darstellung der Versuchsanordnung.

Dabei stehen an den einzelnen Positionen folgende Daten zur Verfügung:

- (4) Druck (Messung) und Strömungsgeschwindigkeit (Rechenergebnis auf Basis der aus den Leitungsdruckmessungen an Position (1) bis (4) identifizierten Parameter  $a$  und  $\nu$ , siehe Kapitel 2).
- (7) Druck (Messung).

Weiters sind bekannt:

- Durchmesser und Länge des Leitungsabschnittes (Düsenhalter).
- Das Volumen des Hohlraumes (Düsenkammer).
- Die Querschnittsfläche der Drossel.
- Das Volumen/Zyklusdauer, das durch das Gesamtsystem strömt.

Zu bestimmen sind daraus Druck und Strömungsgeschwindigkeit an Position (6). Dies geschieht in zwei Schritten. Zuerst werden mit der in Abschnitt 2.2 vorgestellten halbnumerischen Methode aus Druck und Geschwindigkeit an Position (4) die Daten an Position (5) berechnet. Wie man daraus die Daten an Position (6) ermittelt, wird in Abschnitt 3.2 beschrieben.

Unter den bereits im ersten Kapitel angenommenen Bedingungen ( $\varrho = const$ , Trägheitseffekte werden vernachlässigt) ist die Strömungsgeschwindigkeit in der Drossel gleich der mit dem Querschnittsverhältnis multiplizierten Geschwindigkeit an Position (6).

Diese Methode ermöglicht es, allein durch Messungen des Leitungsdrucks die Geschwindigkeit in der Drossel zu errechnen. Weiters wird gezeigt, daß damit auch die Düsenhalterlänge (= Länge des Leitungsabschnitts zwischen den Positionen 4 und 5) bestimmt werden kann.

Weiters wird der Nachweis erbracht, daß für diese Rechnungen die genaue Kenntnis der Werte von  $a$  und  $\nu$  unverzichtbar ist. Dabei wird auch die Problematik der Annahme  $a = const$  im Leitungsmodell deutlich.

### 3.2 Behandlung des Hohlraumvolumens

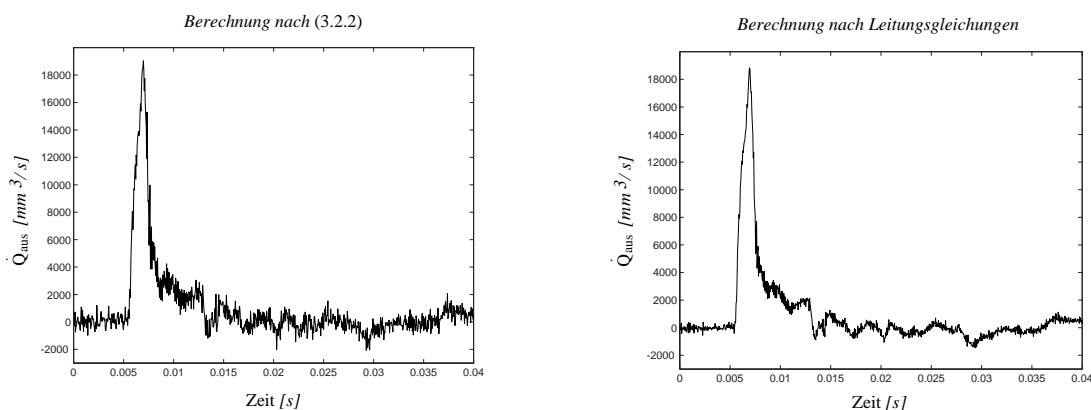
Hohlraumvolumina sind kurze Leitungsabschnitte mit relativ großer Querschnittsfläche (z.B. eine Düsenkammer). Dabei kann man aufgrund der gewöhnlich geringen Längenausdehnung solcher Hohlräume die Annahme  $p_x(x, t) = 0$  treffen und die Kontinuitätsgleichung (erste Zeile in (2.1.11)) in Ortsrichtung integrieren zu

$$\frac{dp}{dt} = \frac{a^2 \rho}{V} (\dot{Q}_{ein} - \dot{Q}_{aus}), \quad (3.2.1)$$

wobei  $p$  und  $\dot{Q}_{ein}$  Druck und Volumenstrom an Position (5) sind,  $V$  ist das Volumen des Hohlraumes,  $\rho$  die Dichte des Mediums,  $a$  die isentrope Schallgeschwindigkeit und  $\dot{Q}_{aus}$  der Volumenstrom an Position (6). Dies ergibt eine explizite Formel für  $\dot{Q}_{aus}$ :

$$\dot{Q}_{aus} = \dot{Q}_{ein} - \frac{V}{a^2 \rho} \frac{dp}{dt} \quad (3.2.2)$$

Bei dieser Rechnung muß man die Ableitung der meist stark verrauschten Information über das Drucksignal  $p$  berechnen, was im allgemeinen problematisch ist. Eine Alternative besteht darin, den Hohlraum einfach als einen Leitungsabschnitt zu sehen, also  $\dot{Q}_{aus}$  aus den ALLIEVIschen Gleichungen (2.1.11) zu bestimmen. Damit wird der Hohlraum, gleich welcher Geometrie dieser ist, als ein Zylinder gleichen Volumens behandelt. Die Zulässigkeit dieser Vorgehensweise ist anhand von Testrechnungen, wo bei konstantem Volumen der Durchmesser des Zylinders variabel gehalten wird, zu überprüfen. Dabei sieht man, daß man mit dieser Methode zumeist einfach ein glatteres Signal errechnet:



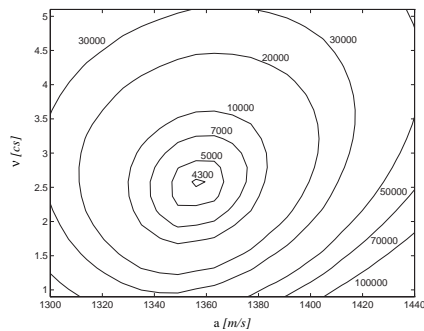
**Abbildung 3.2.1** Beispiel für den errechneten Volumenstrom an Position 6 (siehe Abbildung 3.1.1) nach Gleichung (3.2.2) (links) und nach Gleichung (2.1.11).

Testrechnungen zeigen, daß das Ergebnis in Abbildung 3.2.1 rechts umso glatter wird, je kleiner man den Strömungsdurchmesser des Hohlraumes wählt (bei konstantem Volumen).

### 3.3 Einspritzdüse (Diesel)

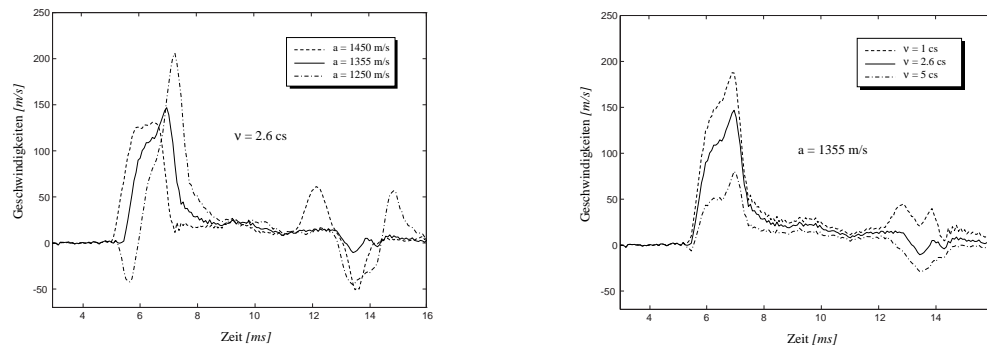
Das für diesen Abschnitt gewählte Beispiel basiert auf Meßdaten und Identifikationsergebnis aus Abschnitt 2.4.1. Der Leitungsabschnitt zwischen Position (4) und (5) (siehe Abbildung 3.1.1) ist ein Düsenhalter von ca. 130 mm Länge. Das Hohlraumvolumen zwischen Position (5) und (6) ist eine Düsenkammer mit einem Volumen von  $180 \text{ mm}^3$ , und die Drossel ist eine Einspritzdüse mit 5 Spritzlöchern von je  $0.18 \text{ mm}$  Durchmesser. Der vorliegende Datensatz entstammt Tabelle 2.4.1 ( $Q_{ges} = 34.4 \text{ mm}^3$ ,  $Drehzahl = 703 \text{ rpm}$ ).

Das Minimum der sum of squares liegt (siehe Tabelle 2.4.1) bei  $a = 1355$  und  $\nu = 2.6$ :



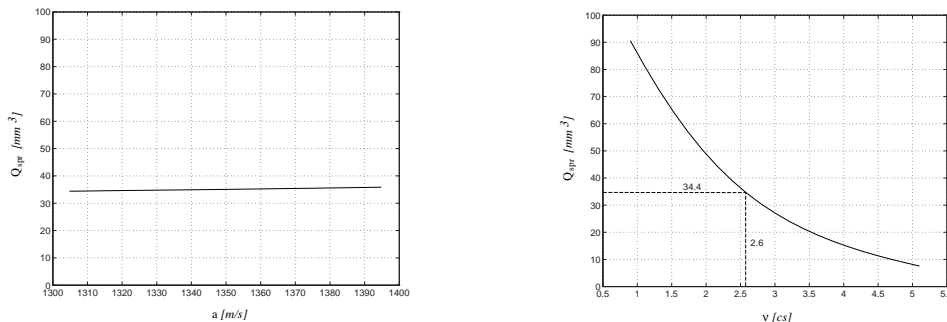
**Abbildung 3.3.1** Kostenfunktional  $ssq(a, \nu)$  nach Formel (2.4.1) aus der Parameteridentifikation in Kapitel 2.

Die folgende Darstellung zeigt, welche Geschwindigkeiten man aufgrund der identifizierten Parameter  $a = 1355$  und  $\nu = 2.6$  erhält und welche Abweichungen sich für abweichende Parameterwerte ergeben:



**Abbildung 3.3.2** Unter der Annahme verschiedener Werte für die Modellparameter  $a$  und  $\nu$  errechnete Strömungsgeschwindigkeiten in den Spritzlöchern.

Die Wahl von  $\nu$  beeinflusst auch die Integrale dieser Geschwindigkeiten und damit den Gesamtfluß:



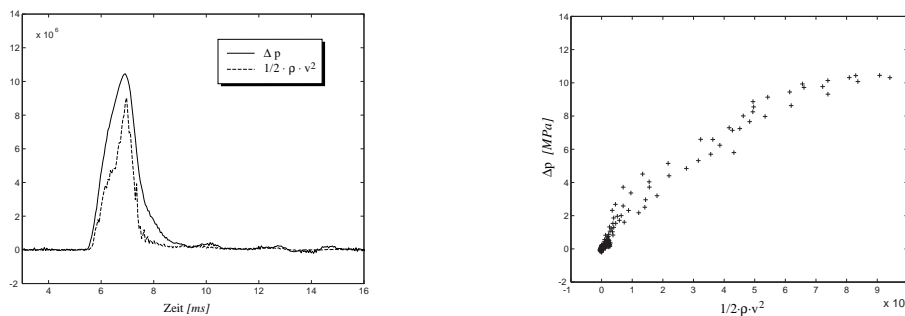
**Abbildung 3.3.3** Errechneter Gesamtdurchfluß mit  $\nu = 2.6$  und verschiedenen Werten für  $a$  (links) bzw. mit  $a = 1355$  und verschiedenen Werten für  $\nu$  (rechts).

Man muß also den Wert von  $\nu$  recht genau kennen, wenn man die Durchflußmenge berechnen will. Der Vergleich mit dem gemessenen Wert für das Volumen/Zyklus ( $34.4 \text{ mm}^3$ ) zeigt, daß das identifizierte Ergebnis  $\nu = 2.6$  eine sehr gute Übereinstimmung bringt.

Der genaue zeitliche Verlauf der errechneten Geschwindigkeit  $v$  in der Drossel unterliegt dagegen zwei Unsicherheiten:

- Wie in Abbildung 3.3.2 zu sehen ist, ist der Einfluß von  $a$  auf die einzelnen berechneten Geschwindigkeitswerte recht groß. Wenn nun  $a$  vom Leitungsdruck abhängt (nach [20] steigt bei konstanter Temperatur  $a$  im Bereich 0 – 300 bar etwa um 8% ), muß daher die Annahme  $a = const$ , auf der das Leitungsmodell basiert, zu Fehlern führen.
- Die Tatsache, daß die Geschwindigkeit in der Drossel direkt aus dem Querschnittsverhältnis und der Geschwindigkeit an Position (6) berechnet wird, ist ebenfalls eine Modellvereinfachung, deren Einfluß auf die berechneten Geschwindigkeiten schwer einschätzbar ist.

Vor diesem Hintergrund ist die folgende Abbildung zu sehen:



**Abbildung 3.3.4** Druckgefälle  $\Delta p = p_6 - p_7$  und die Vergleichsgröße  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$ , im rechten Bild gegeneinander aufgetragen.

In Abbildung 3.3.4 ist zu beachten, daß der zeitliche Druckverlauf  $p_7$  an Position (7) eine Meßinformation ist, die zur Berechnung von  $v$  und  $p_6$  nicht verwendet wurde. Infolgedessen kann diese Information zur Bestimmung von  $\zeta$  verwendet werden.

Wenn man annimmt, daß die Strömung in der Drossel der Formel (1.1.3) mit  $\zeta = const$  folgt, ist der Verlustbeiwert gleichzusetzen mit der Steigung einer Ausgleichskurve durch die in der rechten Darstellung in Abbildung 3.3.4 gezeigten Datenpaare. Demnach nimmt er aber mit steigendem Druck ab, was physikalisch nicht interpretierbar ist.

Die Frage, welcher der beiden oben erwähnten Modellvereinfachungen diese Abweichung zuzuschreiben ist, ist nicht eindeutig zu beantworten. Die Vereinfachung im Leitungsmodell bietet allerdings eine recht gute Erklärung, weil die Annahme  $a = const$  im Leitungsmodell dazu führt, daß bei höheren Druckwerten ein zu niedriger Wert für die Schallgeschwindigkeit  $a$  eingesetzt wird. Aus den Formeln in Abschnitt 2.2 sieht man, daß unter der Annahme zu niedriger Schallgeschwindigkeiten zu hohe Strömungsgeschwindigkeiten berechnet werden, und genau das ist in Abbildung 3.3.4 zu sehen.

Außerdem könnte die Tatsache, daß die Abbildung 3.3.4 nicht der Gleichung (1.1.3) entspricht, auch am Auftreten von Kavitation liegen. Damit wäre stattdessen die Gleichung (1.1.16) anzuwenden.

Die Parameter  $\zeta_{hyd}$  und  $\zeta_{kaw}$  dieses allgemeineren Modells sind aus Abbildung 3.3.4 allerdings nicht direkt ablesbar. Denn für jeden Datenpunkt kommt jeweils nur einer der beiden Werte zum Tragen, und die Frage, welcher dies ist, ist mit der Größe der Parameter gekoppelt.

Aus diesem Grund müssen zunächst für *alle Datenpunkte beide Verlustbeiwerte* aus Modell (1.1.16) berechnet werden, und anschließend wird folgende Fixpunkt-Iteration durchgeführt:

- (i) Man gibt einen Wert  $0 < \mathcal{K}_{est} < 1$  vor.
- (ii) Dann setzt man in (1.1.16)  $\mathcal{K}_{lim} := \mathcal{K}_{est}$ , womit man allen Datenpunkten jeweils eine der beiden Berechnungsmethoden zuweist.
- (iii) Aus den auf diese Art als gültig erklärten Verlustbeiwerten bildet man Mittelwerte  $\zeta_{h,korr}$  und  $\zeta_{k,korr}$ .
- (iv) Wenn das Verhältnis  $\mathcal{K}_{korr} := \zeta_{h,korr}/\zeta_{k,korr}$  nicht dem Vorgabewert  $\mathcal{K}_{est}$  entspricht, legt man als neuen Vorgabewert  $\mathcal{K}_{est} := \mathcal{K}_{korr}$  fest und geht damit zurück zu (ii).

Bevor mit dieser Methode die Daten aus Abbildung 3.3.4 untersucht werden, wird sie noch anhand eines Beispiels mit Daten, die dem Kavitationsmodell genau entsprechen, erläutert.

Als Daten-Grundgesamtheit dienen gemessene Druckverläufe als Randfunktionen (bei einer Pumpendrehzahl  $1000\text{ rpm}$  und  $44.5\text{ mm}^3$  Durchflußmenge), und daraus werden zwei Geschwindigkeiten errechnet: eine aus (1.1.3) mit  $\zeta = 1.85$  und eine andere nach (1.1.16) mit  $\zeta_h = 1.85$  bzw.  $\zeta_k = 3.7$ :

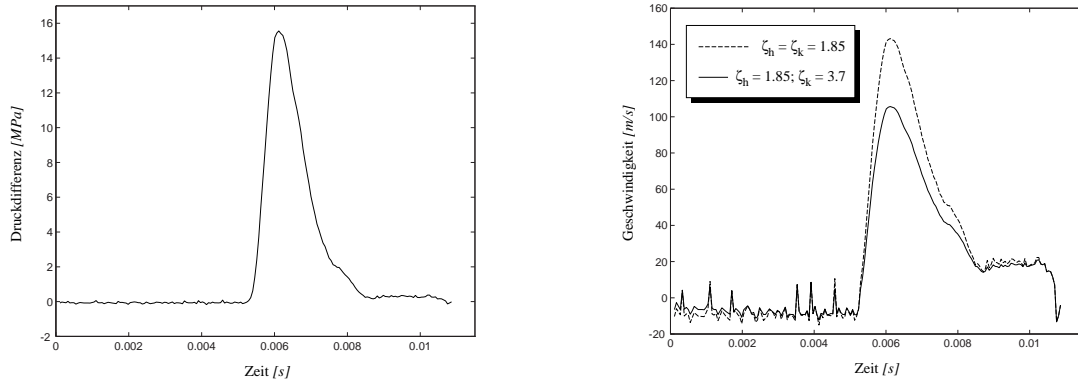


Abbildung 3.3.5 Drucksignal und daraus mit der Bernoulligleichung errechnete Geschwindigkeitssignale.

Wenn man für diese Ausgangssignale jeweils  $K_{est} = 0.7$  als Startwert der oben angegebenen Fixpunkt-Iteration wählt, erhält man:

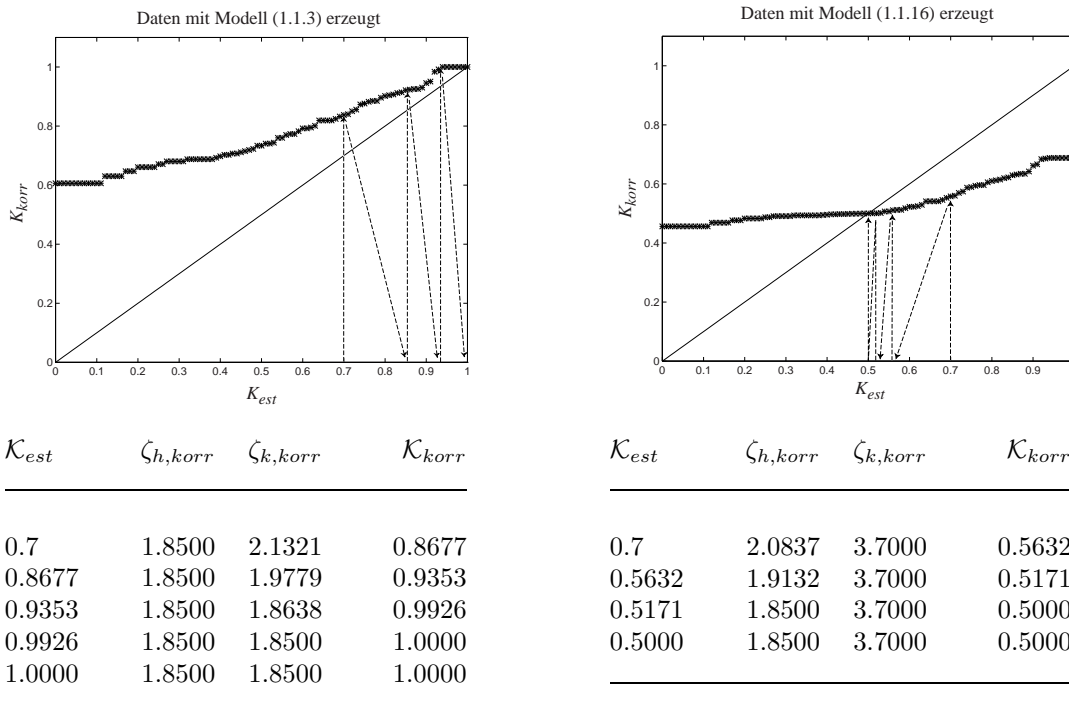
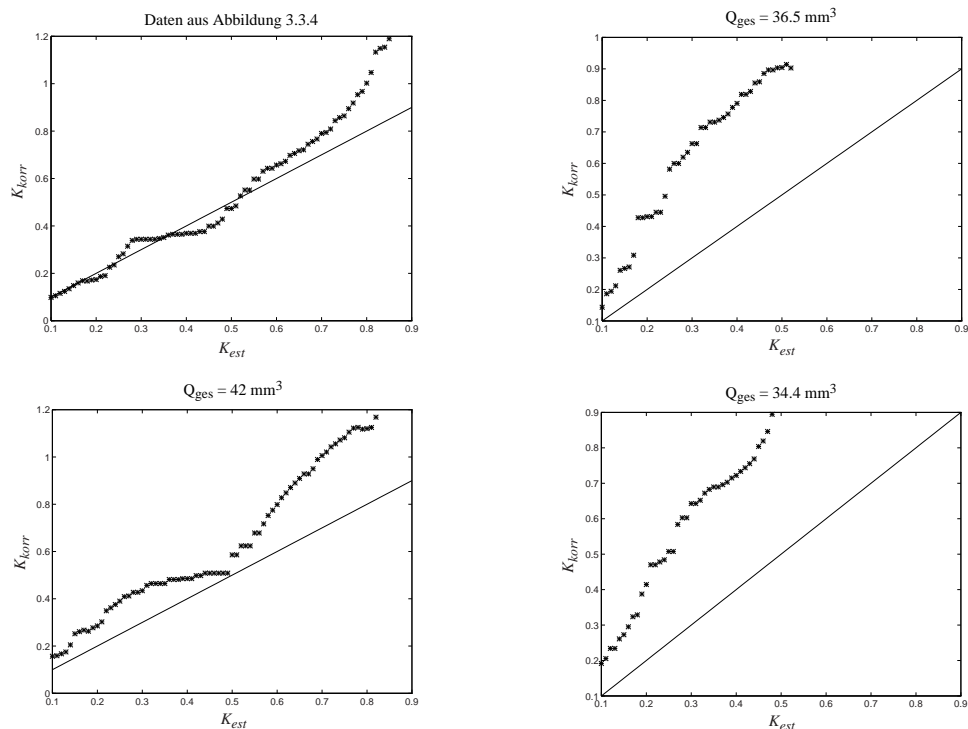


Abbildung 3.3.6 Fixpunktiteration für die beiden Beispiel-Datensätze.

Wenn diese Methode nun aber auf die Daten aus Abbildung 3.3.4 und drei weitere Datensätze angewendet wird, ergeben sich folgende Fixpunktfunktionen (die drei neuen Datensätze werden durch die Einspritzmenge gekennzeichnet, ihre weiteren Kenndaten sind in Tabelle 2.4.1 nachzulesen):

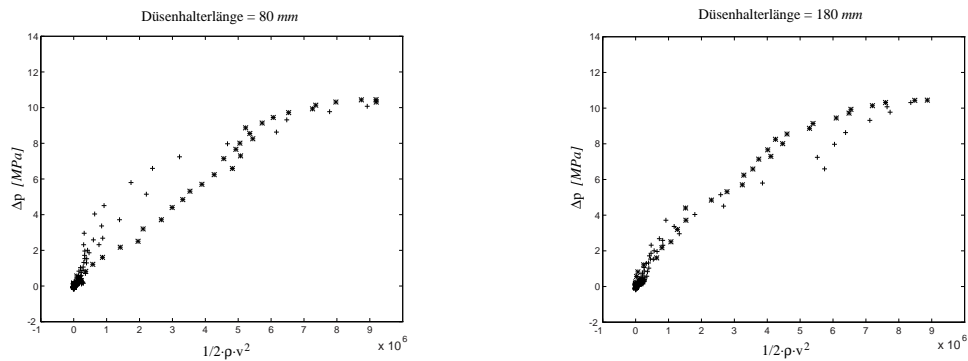


**Abbildung 3.3.7** Errechnete Funktionen zur Bestimmung von  $\mathcal{K}_{lim}$  (siehe Abbildung 3.3.6 in Abschnitt 1.3.4).

Die in Abbildung 3.3.7 dargestellten Funktionen besitzen oft mehrere oder auch gar keinen Fixpunkt.

Damit ist gezeigt, daß die Daten aus Abbildung 3.3.4 auch unter der Annahme des erweiterten Modells (1.1.16) keine eindeutigen Ergebnisse liefern, denn die Kenngröße  $\mathcal{K}_{lim}$  für die Kavitationsneigung ist aus ihnen nicht bestimmbar.

Am Schluß dieses Abschnittes wird noch gezeigt, wie man an der Darstellung Abbildung 3.3.4 erkennen kann, ob die zur Berechnung verwendete Länge des Düsenhalters korrekt ist. Dies ist deswegen von großer praktischer Bedeutung, da diese in der Regel nicht hinreichend genau bekannt ist.



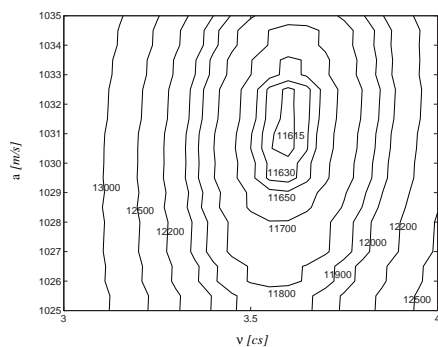
**Abbildung 3.3.8** Druckgefälle  $\Delta p = p_6 - p_7$  und die Vergleichsgröße  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$  gegeneinander aufgetragen, wobei  $p_6$  und  $v$  unter der Annahme verschiedener Längen des Düsenhalters berechnet wurden. Dabei sind diejenigen Punkte, die sich zeitlich vor dem Geschwindigkeitsmaximum befinden sind mit '\*' gekennzeichnet und die nachfolgenden mit '+'.

In Abbildung 3.3.8 sieht man deutlich, daß die Rechenergebnisse für  $p_6$ ,  $v$  und die Meßdaten von  $p_7$  im Fall zu kurz oder zu lang gewählter Düsenhalterlänge deutlich gegeneinander verschoben sind. Zur Bestimmung der korrekten Länge ist diese Verschiebung zu minimieren. Ein Maß für diese Verschiebung ist etwa die Streuung der in obiger Darstellung gezeigten Datenmenge.

### 3.4 Einspritzdüse (Dimethylether)

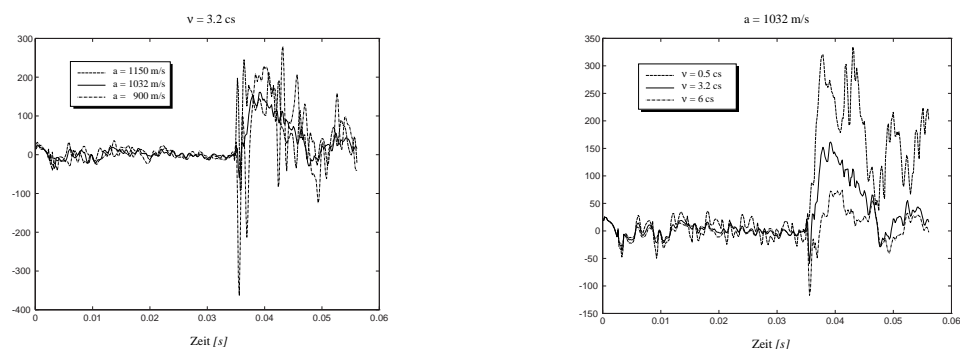
In diesem Abschnitt werden Rechenergebnisse vorgestellt, die anhand eines Datensatzes mit Drehzahl  $1007 \text{ rpm}$  aus Tabelle 2.4.4 erzielt wurden. Da es in diesem Fall keine Meßdaten über das Volumen/Zyklus gibt, werden diese Werte für alle Datensätze berechnet und ersatzweise für die Anwendung der Methoden aus Kapitel 1 herangezogen.

Der Meßaufbau ist gleich wie im vorigen Abschnitt, nur mußte für die Messungen aus technischen Gründen die Nadel aus der Düsenkammer entfernt werden, womit das Hohlraumvolumen in diesem Fall etwa 20mal größer ist. Das Minimum der sum of squares der Parameteridentifikation in Kapitel 2 liegt bei  $a = 1032$  und  $\nu = 3.6$ :



**Abbildung 3.4.1** Kostenfunktional  $ssq(a, \nu)$  nach Formel (2.4.1) aus der Parameteridentifikation in Kapitel 2.

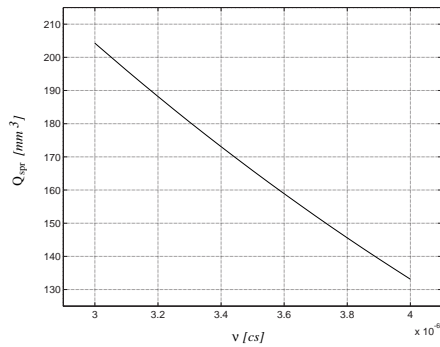
Den Einfluß der Modellparameter auf die errechnete Strömungsgeschwindigkeit zeigt die folgende Abbildung:



**Abbildung 3.4.2** Unter der Annahme verschiedener Werte für die Modellparameter  $a$  und  $\nu$  errechnete Strömungsgeschwindigkeiten in den Spritzlöchern.

Das errechnete Volumen/Zyklus ist auch in diesem Fall von der Schallgeschwindigkeit  $a$  unabhängig

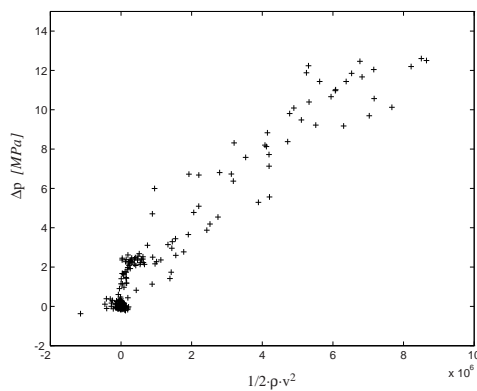
und hängt direkt vom für die kinematische Viskosität  $\nu$  gewählten Wert ab:



**Abbildung 3.4.3** Errechneter Gesamtdurchfluß mit  $a = 1032$  und verschiedenen Werten für  $\nu$  (rechts).

Im Gegensatz zu Abbildung 3.3.3 liegt hier kein Vergleich mit dem tatsächlichen Durchflußwert vor, da dieser nicht gemessen werden konnte. Außerdem sind die Fehler in der Kalibrierung der Drucksignale schwerer einzuschätzen als bei den mit Diesel gemessenen Daten (siehe Abbildung 2.4.4 in Abschnitt 2.4.3).

Analog zu Abbildung 3.3.4 erhält man die folgende Darstellung für den Verlustbeiwert:



**Abbildung 3.4.4** Druckgefälle  $\Delta p$  und die Vergleichsgröße  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$  gegeneinander aufgetragen.

Anders als in Abbildung 3.3.4 ist in Abbildung 3.4.4 eine Gerade als Ausgleichskurve zulässig, was dem Modell für die rein hydraulische, turbulente Strömung entspricht.

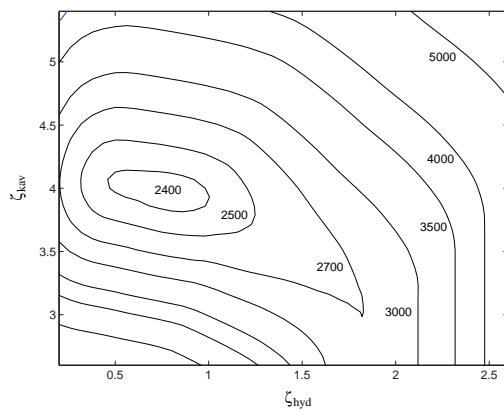
Im folgenden wird gezeigt, zu welcher Aussage man gelangt, wenn man die Drosselströmung mit den in Kapitel 1 gezeigten Methoden rechnet. Dazu werden die in diesem Kapitel rechnerisch ermittelten Werte für den Gesamtdurchfluß herangezogen.

Um den Auswirkungen des Kalibrierungsfehlers zu begegnen, bleibt hier nur den Weg, lediglich

einen kleinen Teil des gesamten Zeitintervalles zu berücksichtigen. Die Anwendung der in Kapitel 1 angewandten Vorgangsweise anhand des Korrekturtermes  $\zeta_{reg}$  ist hier aus zwei Gründen nicht durchführbar:

- Es ist zu wenig Information vorhanden, um mehrere Parameter gleichzeitig korrelieren zu können (nur 6 Datensätze).
- Die anzunehmende Toleranz für den Kalibrierungsfehler  $\alpha$  ist in diesem Fall zu groß (siehe Bemerkungen zu Abbildung 1.3.10).

Verfährt man auf diese Weise mit den 6 Datensätzen aus Tabelle 2.4.4, so erhält man folgende ssq-Funktion:



**Abbildung 3.4.5** *sum-of-squares-Funktion  $ssq(\zeta_{hyd}, \zeta_{kav})$  nach Modell (1.1.16) ohne  $\zeta_{reg}$  für 6 Datensätze.*

Im Gegensatz zu Abbildung 1.3.21 und Abbildung 1.3.22 liegt das Minimum in Abbildung 3.4.5 eindeutig in dem Bereich, wo der Kavitationsparameter zur Geltung kommt. Außerdem sieht man, daß das Minimum nach (1.1.3) bei  $\zeta \approx 1.8$  liegt, was relativ genau dem in Abbildung 3.3.4 gezeigten Ergebnis entspricht.

### 3.5 Ringspalt

Die in diesem Kapitel gezeigte Methode kann man auch dazu verwenden, den Verlustbeiwert von Drosseln zu identifizieren, indem man diese mit einem Leitungsabschnitt kombiniert.

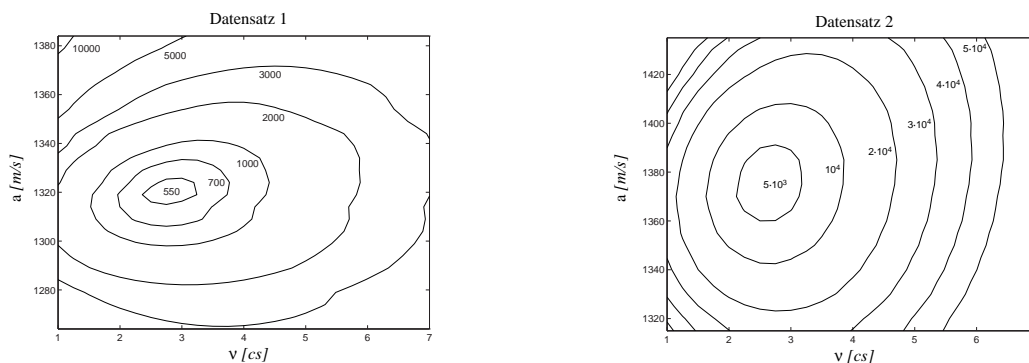
Anhand von zwei Datensätzen aus Tabelle 2.4.5 (Abschnitt 2.4.4) wird in diesem Abschnitt die Strömungsgeschwindigkeit im Ringspalt (diametrales Spiel von  $0.015\text{ mm}$  bei einem Außendurchmesser von  $4\text{ mm}$ ) errechnet. Das Volumen des Hohlraumes zwischen Leitung und Ringspalt beträgt ca.  $150\text{ mm}^3$ .

Es werden die Ergebnisse für folgende Datensätze verwendet:

Datensatz 1:  $1010\text{ rpm}$ ,  $5.0\text{ mm}^3/\text{Zyk.}$ ,  $0.4\text{ mm}$  Spaltlänge.

Datensatz 2:  $486\text{ rpm}$ ,  $63.0\text{ mm}^3/\text{Zyk.}$ ,  $0.5\text{ mm}$  Spaltlänge.

Die sum-of-squares-Funktionen der Parameterpaare  $(a, \nu)$  sehen so aus:



**Abbildung 3.5.1** Kostenfunktionale  $ssq(a, \nu)$  nach Formel (2.4.1) aus der Parameteridentifikation in Kapitel 2.

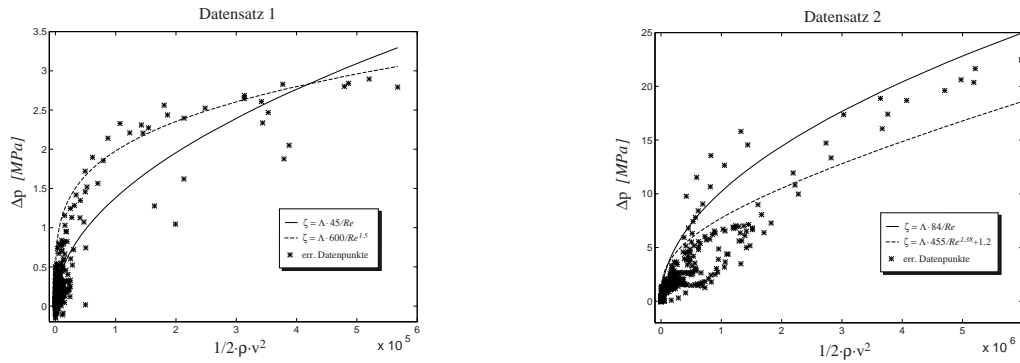
Der Einfluß der Wahl dieser Parameter auf den errechneten Durchfluß ist analog zu den vorangegangenen Abschnitten und wird an dieser Stelle nicht mehr näher dokumentiert.

Das Ziel der Rechnungen dieses Abschnittes ist es, herauszufinden, ob man aus den errechneten Strömungsgeschwindigkeiten ähnliche Aussagen über die Abhängigkeit des Verlustbeiwertes im Ringspalt von Reynoldszahl und Geometrieparameter erhält wie in Abschnitt 1.3.3.

Es wurden daher zwei Datensätze ausgewählt, die verschiedene Strömungszustände repräsentieren (verschiedene Spaltlänge, unterschiedliche Größenordnung der Einspritzmenge), wobei die errechneten Reynoldszahlen für Datensatz 1 nicht größer als 200 sind, und für Datensatz 2 treten Reynoldszahlen bis ca. 900 auf.

Der folgenden Darstellung liegen die mit den jeweils identifizierten Parametern  $a$  und  $\nu$  errechneten

Geschwindigkeits- und Druckfunktionen zugrunde:



**Abbildung 3.5.2** Druckgefälle  $\Delta p$  und die Vergleichsgröße  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$  gegeneinander aufgetragen (vgl. Abbildung 3.3.4 und Abbildung 3.4.4). Die eingezeichneten Beispiele für Ausgleichskurven zeigen, wo diese Punkte liegen müssen, wenn die jeweilige Verlustbeiwerts-Funktion gilt.

In Abbildung 3.5.2 rechts sieht man, daß man mit den beiden in Abschnitt 1.3.3 identifizierten Parameterkombinationen annehmbare Ausgleichskurven für diejenigen Datenpunkte erzielt, wo große Reynoldszahlen gelten. Bei kleinen Reynoldszahlen (Abbildung 3.5.2 rechts) weichen diese Ausgleichskurven deutlich von den Daten ab, weswegen hier eigene Werte korreliert wurden.

### 3.6 Zusammenfassung

Es wurde eine Methode vorgestellt, mit der man mittels Druckmessungen in der Einspritzleitung die Strömungsgeschwindigkeit in der Düse berechnen kann. Diese Methode kann auch dazu verwendet werden, die Strömungsgeschwindigkeit in Drosseln zu identifizieren, indem man diese mit einem Leitungsabschnitt kombiniert.

Dabei wird unter anderem folgendes gezeigt:

- Die aus den Druckmessungen an Position (1) und (4) (Bezeichnungen siehe Abbildung 2.3.1) berechnete Menge/Zyklus, die durch die Drossel strömt, ist unabhängig von der im Modell eingesetzten isentropen Schallgeschwindigkeit  $a$ , nicht aber von der kinematischen Zähigkeit  $\nu$ . Die genaue Kenntnis von  $\nu$  ist erforderlich, um die eingespritzte Menge/Zyklus aus den Leitungsdrücken berechnen zu können. Aus diesem Grund sind Modelle, die die Reibungsverluste in der Leitung entweder gar nicht berücksichtigen oder sie nur mit einer heuristischen Funktion bzw. Konstante darstellen, für die Berechnung der Durchflußmenge nicht geeignet. Mit dem in Kapitel 2 vorgestellten Modell und dem dort identifizierten Wert für  $\nu$  erzielt man gute Resultate.
- Die Länge des Düsenhalters kann im Zuge der Rechnung identifiziert werden.
- Der genaue zeitliche Verlauf der errechneten Geschwindigkeitssignale hängt sowohl von  $\nu$  also auch von der isentropen Schallgeschwindigkeit  $a$  ab. Diese wird aber, obwohl sie vom Leitungsdruck abhängig ist, im Leitungsmodell als Konstante angenähert. Mit großer Wahrscheinlichkeit kann man deshalb den Strömungszustand (etwa Kavitation) nicht identifizieren, da hierfür der genaue zeitliche Verlauf der Geschwindigkeiten bekannt sein muß.



# Kapitel 4

## Anwendung auf ein Einspritzsystem

---

### 4.1 Modellierung und Vorgangsweise

Im letzten Kapitel dieser Arbeit wird das bisher behandelte Gesamtmodell durch eine Drossel mit veränderlicher Querschnittsfläche erweitert:

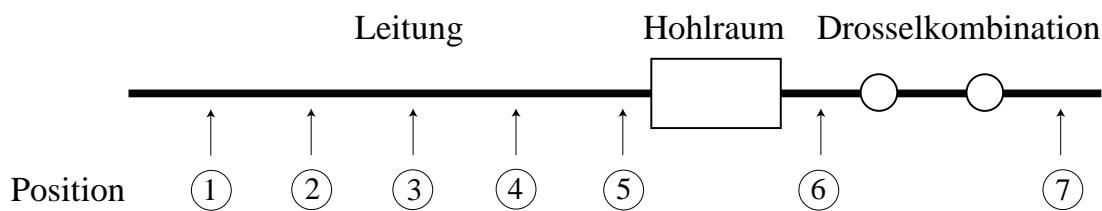


Abbildung 4.1.1 Schematische Darstellung der Versuchsanordnung

Damit wird ein Diesel-Einspritzsystem modelliert, die Querschnittsänderung wird durch die Bewegung der Einspritznadel verursacht.

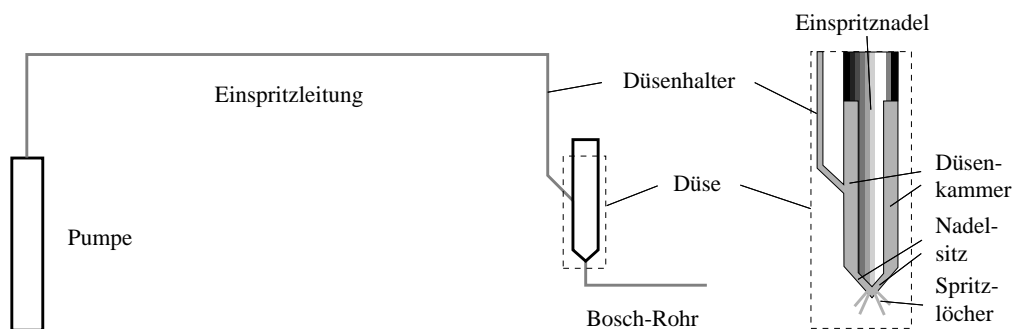
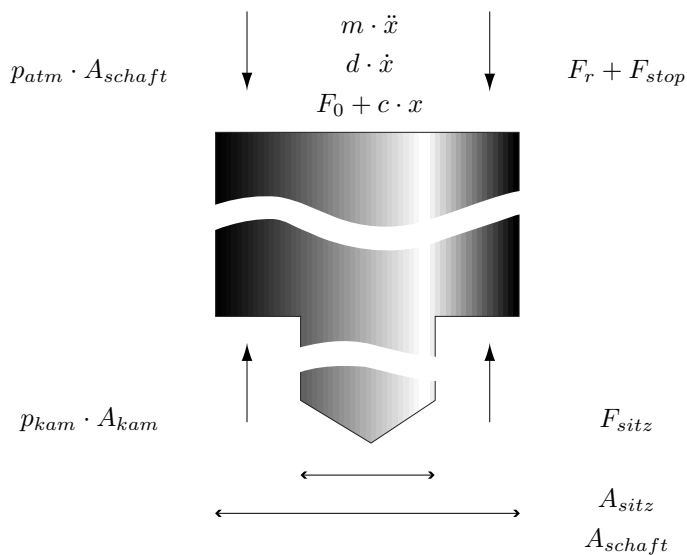


Abbildung 4.1.2 Diesel-Einspritzsystem

Die von einer Feder gehaltene Einspritznadel verbleibt so lange im Nadelsitz, bis der Druck in der Düsenkammer hinreichend groß ist, um sie zurückzudrängen ("Öffnungsdruck" der Nadel). Nach Abfallen des Druckes schlägt die Nadel wieder zu und bleibt geschlossen, bis der Öffnungsdruck erneut erreicht wird usw.

Solange die Nadel offen ist, gelangt Kraftstoff in die Spritzlöcher am Düsenausgang und von dort aus weiter in das sogenannte Bosch-Rohr.

Zur Berechnung des aktuellen Nadelhubes  $x$  dient die Bewegungsgleichung der Düsennadel, wobei folgende Kräfte wirken:



$x$	Nadelhub
$F_0$	Vorspannung der Nadelfeder (bei $x = 0$ )
$m$	Masse von Düsennadel + 1/3 der Düsennadelfeder
$d$	Dämpfungskonstante der Nadelfeder
$c$	Steifigkeit der Nadelfeder
$p_{atm}$	Nadelhinterdruck (= atmosphärischer Druck)
$p_{kam}$	Düsenkammerdruck
$A_{schaft}$	Querschnittsfläche des Nadelschaftes
$A_{sitz}$	Querschnittsfläche des Nadelsitzes

sowie

$$A_{kam} = \begin{cases} A_{schaft} & \text{wenn } x > 0 \\ A_{schaft} - A_{sitz} & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$F_{sitz} = \begin{cases} -c_{sitz} \cdot x - d_{sitz} \cdot \dot{x} & \text{wenn } x < 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$F_{stop} = \begin{cases} -c_{stop}(x - h_n) + d_{stop} \cdot \dot{x} & \text{wenn } x > h_n \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$F_r = \text{sign}(\dot{x}) \cdot F_{r0}$$

mit

$c_{sitz}$	Steifigkeit des Nadelsitzes
$d_{sitz}$	Dämpfungskonstante des Nadelsitzes
$c_{stop}$	Steifigkeit des Nadelanschlages
$d_{stop}$	Dämpfungskonstante des Nadelanschlages
$h_n$	Geometrischer Nadelhub
$F_{r0}$	Coulomb'sche Reibungskraft

Aus dem Kräftegleichgewicht folgt die Bewegungsgleichung:

$$m \cdot \ddot{x} + d \cdot \dot{x} + F_0 + c \cdot x + p_{atm} \cdot A_{schaft} - p_{kam} \cdot A_{kam} + F_r + F_{stop} - F_{sitz} = 0 \quad (4.1.1)$$

Implementiert wird diese Gleichung mit einem Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung, dessen Koeffizientenschema in der Literatur u.a. unter dem Namen "Gill-Modifikation" auftritt (siehe etwa [22]). Dieses Schema wurde bereits in [23] gewählt, wo zufriedenstellende Ergebnisse lieferte. Außerdem wurden in der Programmierumgebung "MatLab" vergleichende Tests mit den Routinen der "ODE-Suite" (siehe [24]) durchgeführt.

Gemessen werden die zeitlichen Druckverläufe an Position (1), (4) und (7), und die restlichen Größen werden mit den Methoden aus Kapiteln 2 und 3 errechnet, wobei bei der Berechnung des Volumenstroms  $\dot{Q}_6$  an Position (6) zu berücksichtigen ist, daß bei bewegter Nadel auch das Hohlraumvolumen variabel ist, denn es entsteht ein zusätzlicher Strom der Größe  $A_{schaft} \cdot \dot{x}$ . Damit folgt aus der Darstellung (3.2.2) für die Düsenkammer

$$\dot{Q}_6 = \dot{Q}_5 - \frac{V}{a^2 \rho} \frac{dp_{kam}}{dt} - A_{schaft} \cdot \dot{x}. \quad (4.1.2)$$

Die Darstellung der Energieverluste an der Drosselkombination erfolgt gemäß [25] mittels

$$|p_6 - p_7| = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\zeta_{sitz}(Re, \Lambda)}{A_{sitz}^2(x)} + \frac{\zeta_{spr}}{A_{spr}^2} \right) \cdot \varrho \cdot \dot{Q}_6^2. \quad (4.1.3)$$

Dabei ist  $A_{spr}$  die gesamte Querschnittsfläche der Spritzlöcher,  $A_{sitz}^2(x)$  der zeitlich veränderliche Querschnittsfläche am Nadelsitz,  $\zeta_{spr}$  der Verlustbeiwert der Spritzlöcher und  $\zeta_{sitz}$  der von der Reynoldszahl  $Re$  und der Geometrie konstanten  $\Lambda$  abhängige Verlustbeiwert am Nadelsitz.

## 4.2 Rechenergebnisse

Alle bisherigen Rechnungen wurden anhand von speziellen Versuchsanordnungen durchgeführt. So wurde etwa eine ca. 4.5 m lange Leitung verwendet, um möglichst viel an Information über die Strömungseigenschaften zu erhalten. Wenn am Ende der Leitung eine Einspritzdüse verwendet wurde, wurde die Düsennadel an einer bestimmten Position fixiert, womit man direkten Zugang zu den Verlusten in den Spritzlöchern hatte.

Die im folgenden vorgestellten Experimente basieren auf Messungen anhand einer Anordnung, wie sie im praktischen Einsatz verwendet wird. Die Unterschiede zu den bisherigen Versuchen bestehen darin, daß einerseits die Leitung etwas kürzer ist und andererseits die Düse so lange geschlossen bleibt, bis der Druck des Kraftstoffes auf die Schulter der Düsennadel groß genug ist ("Öffnungsdruck"), daß sie gegen die Federkraft geöffnet wird.

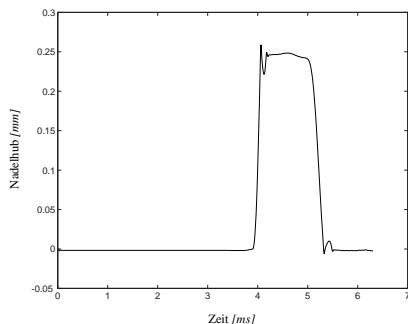
Anhand einer Meßreihe können nun wiederum  $a$  und  $\nu$  identifiziert werden. Allerdings ist in diesem Fall die kinematische Viskosität  $\nu$  von geringer Bedeutung (kurze Leitung), weshalb in der folgenden Tabelle vereinfachend ein Durchschnittswert für alle Datensätze verwendet wird. Die Schallgeschwindigkeit  $a$  korreliert auch in dieser Versuchsreihe mit dem Absolutniveau der Druckdaten:

Anzahl der Druckmessungen:	3
Abstände dazwischen:	0.5 m, 0.5 m
Leitungsdurchmesser:	1.8 mm
Rechte Randbedingung:	Einspritzdüse
Medium:	Diesel
Pumpendrehzahl:	variabel, siehe nachfolgende Tabelle (U/min)
Last:	variabel, siehe nachfolgende Tabelle

$p_{max}$ [bar]	U/min	$Q_{ges}$ [mm <sup>3</sup> ]	$a_{\nu=4cs}$
223	500	6.5	1330
336	500	21.0	1380
436	500	36.6	1405
229	1000	6.5	1350
628	1000	29.8	1410
857	1000	60.0	1410

**Tabelle 4.2.1** *Durch Minimierung der nach dem halbnumerischen Verfahren berechneten sum-of-squares-Funktion (2.4.1) identifizierte Werte für  $a$  bei fester Wahl  $\nu = 4cs$ .  $p_{max}$  ist der Maximaldruck in den Meßdaten.*

Anhand des Datensatzes bei 1000 U/min und  $29.8 \text{ mm}^3$  Einspritzmenge aus Tabelle 4.2.1 kann nun, wie in Kapitel 3 beschrieben, aber unter Zuhilfenahme der korrigierten Formel (4.1.2), mithilfe des errechneten Geschwindigkeitssignals an Position (4) der Druck  $p_{kam}$  und der Volumenstrom  $\dot{Q}_6$  unmittelbar vor dem Eintritt in die Düse berechnet werden. Aus  $p_{kam}$  ermittelt man mittels (4.1.1) den zeitlichen Nadelhubverlauf:

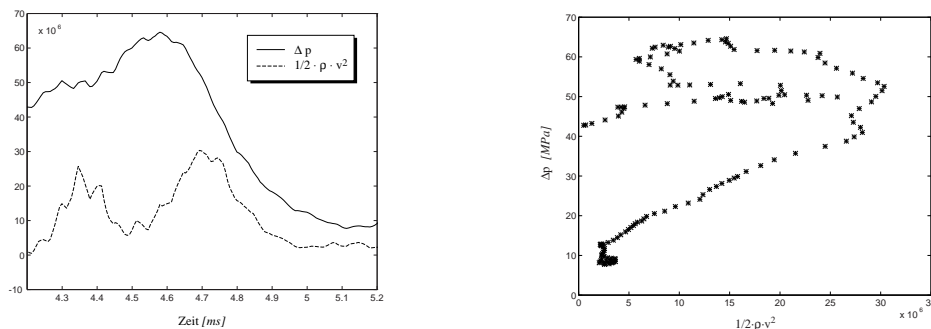


**Abbildung 4.2.1** Berechneter zeitlicher Nadelhubverlauf.

Das Ergebnis für  $\dot{Q}_6$  sollte nun gemäß den Rechenergebnissen für die offene Nadel im Zeitintervall des maximalen Nadelhubes der Formel

$$|p_6 - p_7| = \frac{1}{2} \cdot \zeta_{spr} \cdot \rho \cdot \left( \frac{\dot{Q}_6}{A_{spr}} \right)^2 \quad (4.2.1)$$

folgen. Dies ist nicht der Fall, wie die folgende Abbildung zeigt:



**Abbildung 4.2.2** Druckgefälle  $\Delta p$  und die Vergleichsgröße  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$  nach Formel (4.2.1), im rechten Bild gegeneinander aufgetragen. Dabei ist  $v = \dot{Q}_6 / A_{spr}$ .

Anscheinend treten hier Phänomene auf, die in den derzeit verwendeten physikalischen Modellen nicht berücksichtigt werden. Der Frage, welcher Art diese sind, sollte durch weitere Versuche nachgegangen werden.

# Literaturverzeichnis

---

- [1] Ofner, H.; Gill, D.W.: A General Purpose Simulation Model for High Pressure Fuel Injection and other Mechanical-Hydraulic Systems, Paper Presentation C430/009, IMechE (1991).
- [2] Ofner, H.; Gill, D. W.; Kroller, M.; Kunisch, K.: Parameter-Schätzung aus Meßdaten in einem mathematischen Modell für Einspritzdüsen, Int. Techn. Bericht der AVL List GmbH, TE-B 154, Graz (1990).
- [3] Melcher, K.: Ein Reibungsmodell zur Berechnung von Instationären Strömungen in Rohrleitungen an Brennkraftmaschinen, Bosch Techn. Berichte 4 (1974).
- [4] Kroller, M.: Efficient Computation of a Mathematical Modell for the Damping of Pressure Waves in Tubes of Circular Form, Numerical Methods for Partial Differential Equations, 11 (1995), 41-60, © John Wiley.
- [5] Idelchik, I. E.: Handbook of Hydraulic Resistance, 2nd Ed., Springer Verlag (1986).
- [6] Kapus, P.; Ofner, H.: Developement of Fuel Injection Equipment and Combustion System for DI Diesels Operated on Dimethyl Ether, SAE Paper 950062 (1995).
- [7] Gruber, T.: Bestimmung der Widerstandscharakteristik am Nadelsitz einer Einspritzdüse, Diplomarbeit, Fachbereich Physikalische Ingenieurwiss., TU Berlin, Oktober 1993.
- [8] Neue Dieseleinspritzdüse für optimalen Einspritzverlauf, MTZ (Oktober 1995).
- [9] BOSCH Einspritzmengenindikator EMI.
- [10] AVL Dehnmeßstreifen-Druckgeber 41DP500K zur Messung von statischen und dynamischen Drücken in Hydraulik- und Pneumatiksystemen.
- [11] Marquardt, D. W.; Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, vol. 11, pp. 431-441 (1963).
- [12] Press, W. H.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T.; Flannery, B. P.: Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, 2nd Ed., © Cambridge Univ. Press, S. 650ff (1992).

- [13] Savitzky, A.; Golay, M. J. E.: Analytical Chemistry, 36, S. 1627-1639, (1964).
- [14] Schaffitz, W.; Huber, E. W.: Experimentelle und theoretische Arbeiten zur Berechnung von Einspritzanlagen in Dieselmotoren MTZ (27) Nr. 2, S. 35-42, Nr. 3, S. 146-155 (1966).
- [15] Seifert, H.: Instationäre Strömungsvorgänge in Rohrleitungen an Verbrennungskraftmaschinen, Springer, Berlin (1962).
- [16] Allievi, L.: Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen, Springer, Berlin (1909).
- [17] Allievi, L.: Theory of Water Hammer, *see* "Symposium on Water Hammer", Trans. ASME, 59, 707, (1937).
- [18] Bosch, W.: Untersuchungen zur instationären reibenden Strömung in Druckleitungen von Einspritzsystemen, Ber. Nordrhein-Westf., Nr. 987 (1961).
- [19] Daubert, T. E.; Danner, R. P.: Physical and Thermodynamic Properties of Pure Chemicals — Data Compilation, Design Institute for Physical Property Data, American Institute of Chemical Engineers, Hemisphere Publishing Corporation (1989).
- [20] Laforgia, O.; Suriano, S.: Sound velocity measurements for different fuels varying thermodynamical parameters, ICE-Vol. 22, Heavy Duty Engines: A Look at the Future, ASME (1994).
- [21] LeVeque, R. J.: Numerical Methods for Conservation Laws, 2nd Edition, Birkhäuser Verlag (1992).
- [22] Gill, S.: A process for step-by-step integration of a differential equation in an automatic digital computing machine, Proc. Cambridge Philos. Soc. 47 (1951), 96-108.
- [23] Ofner, H.; Gill, D. W.: A General Purpose Simulation Model for High Pressure Fuel Injection and Other Mechanical - Hydraulic Systems, IMechE Computers in Engine Technology, IMechE Paper C430/009 (1991).
- [24] Shampine L. F.; Reichelt M. W.: The Matlab Ode Suite, (1995).  
Zu finden unter <http://www.mathworks.com>.
- [25] Schintlmeister, P.; Herzog, P.: Zweiphasenströmung in Einspritzdüsen, Int. Techn. Bericht der AVL List GmbH, TE 0340, Graz (1995).